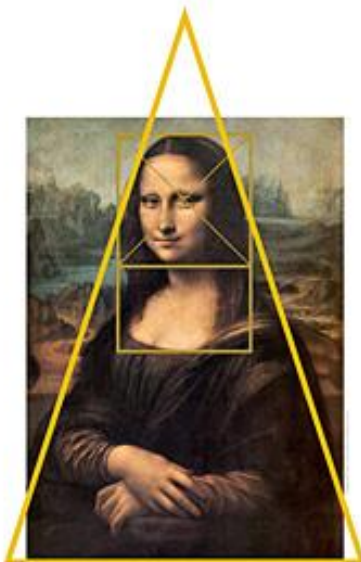
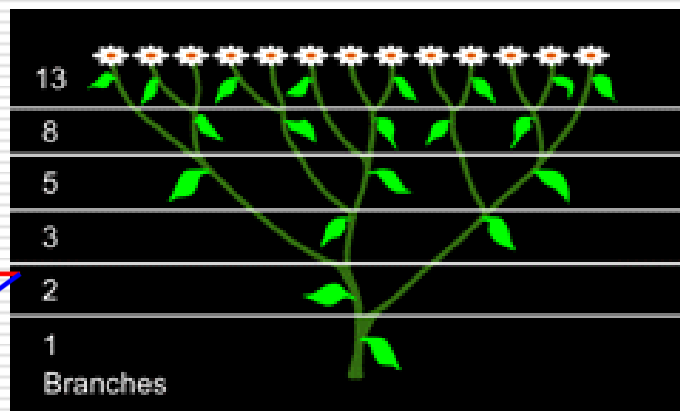
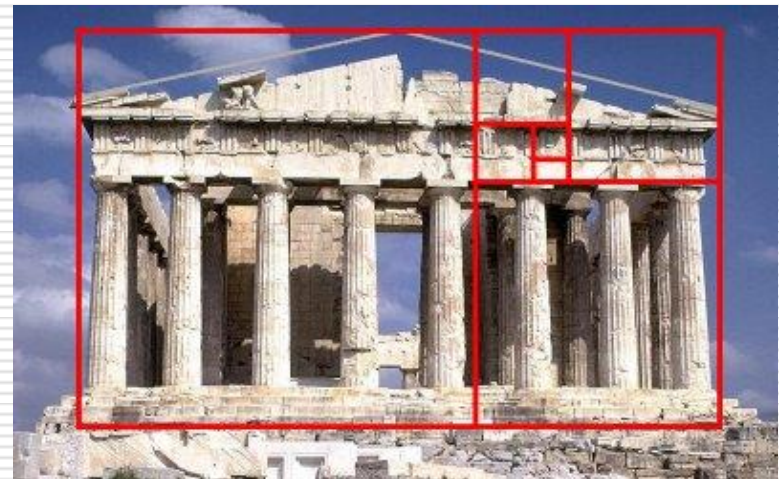
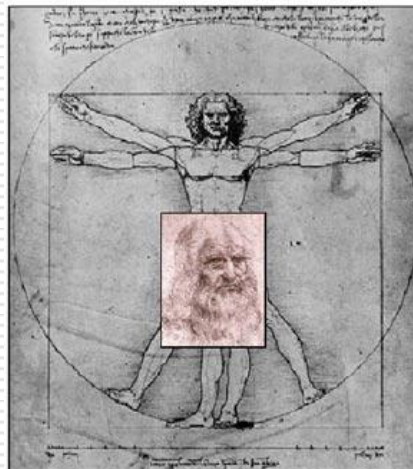


# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек и Фибоначиеви бројеви

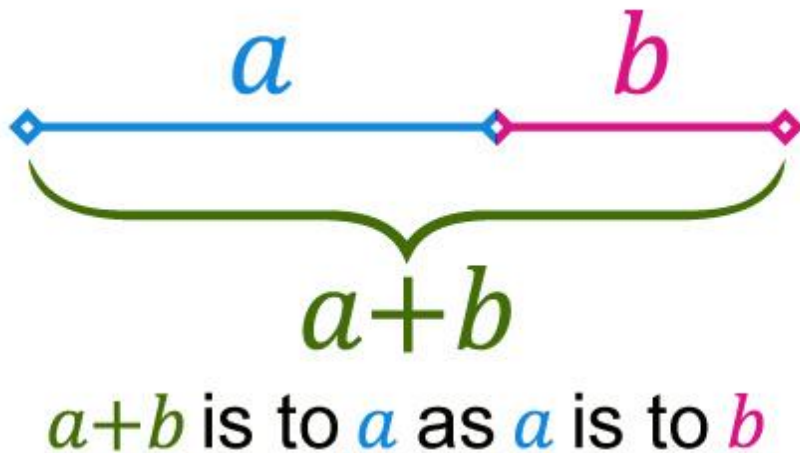


Leonardo 1 : 1.618



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек

---



Подела дужи на два  
дела  $a$  и  $b$  таква да је

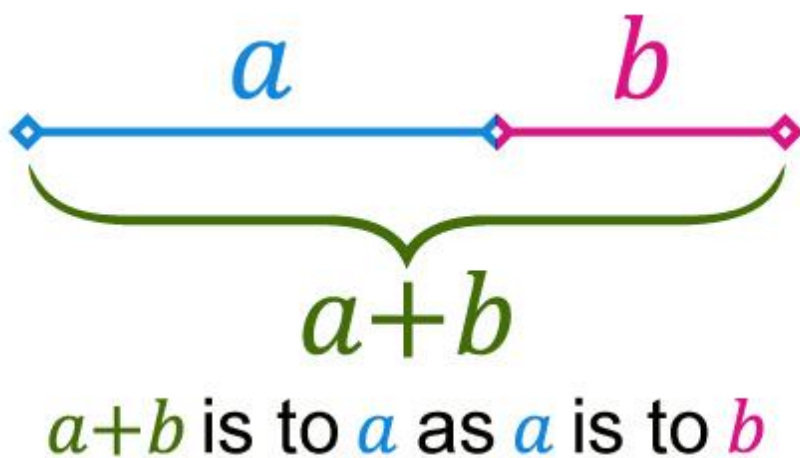
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \phi$$

позната је под  
називом

“златни пресек”.

---

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \phi \Rightarrow 1 + \frac{b}{a} = \frac{a}{b}$$

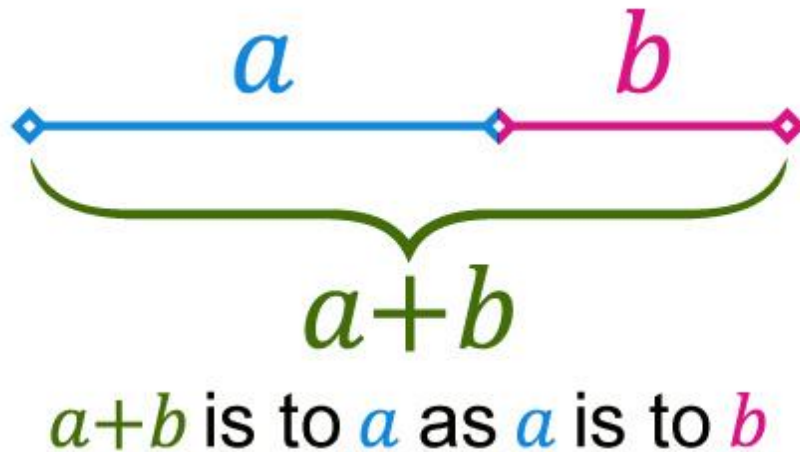
$$1 + \frac{1}{\phi} = \phi \Rightarrow \phi - 1 = \frac{1}{\phi}$$

$$\Rightarrow \phi^2 - \phi - 1 = 0$$

$$\phi = \frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.61803398$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек

---



Однос

$$\phi = \frac{a}{b} = 1.61803398$$

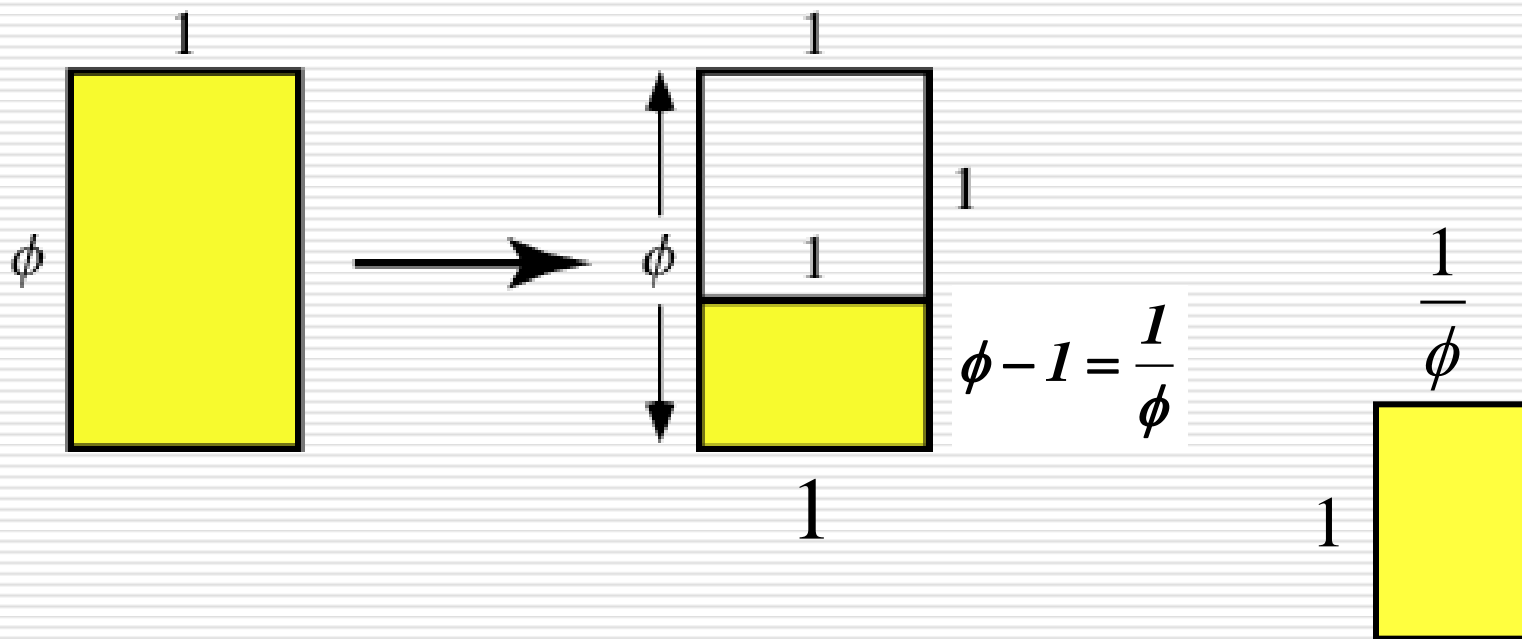
је необичан број.

$$\phi - 1 = 0.61803398 = \frac{1}{\phi}$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни правоугаоник

---

$1:\phi$

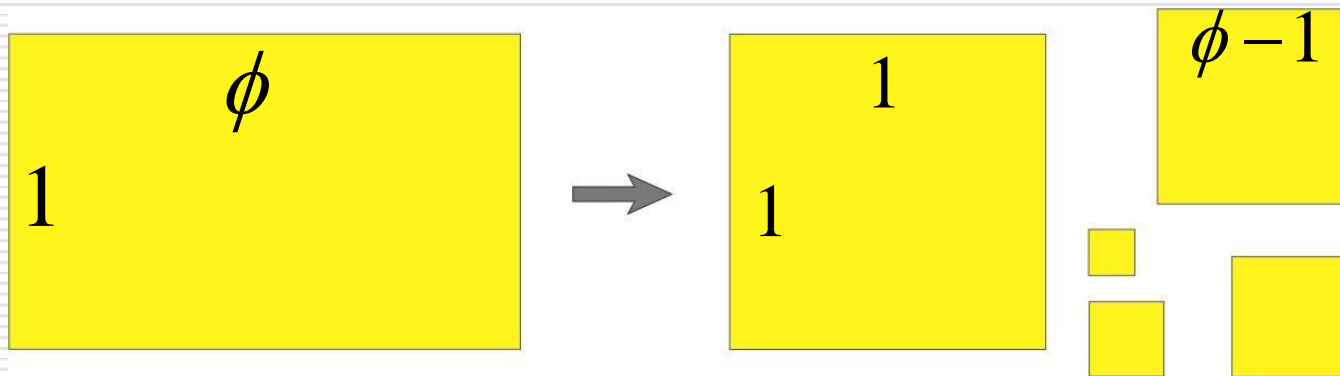


# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни правоугаоник

---

Правоугаоник чије су странице у односу  $1 : \phi$

назива се златним правоугаоником.



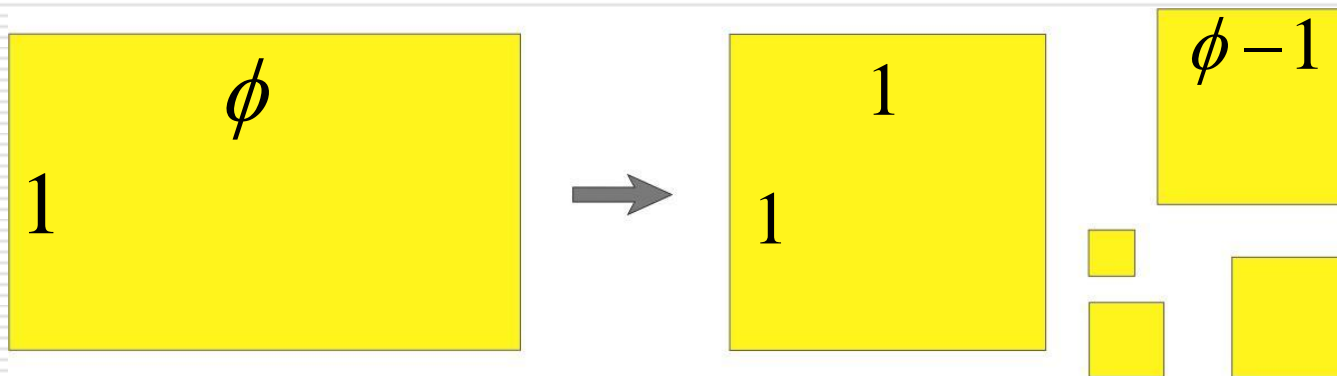
Визуелно пријатне пропорције!

---

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни правоугаоник и златни квадрат

---

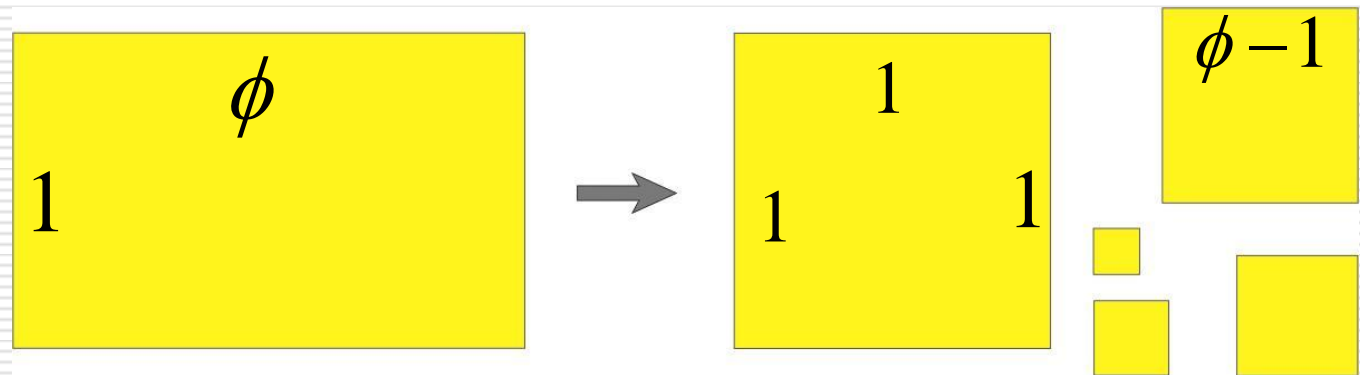
Највећи квадрат који се може исећи из златног правоугаоника назива се златним квадратом.



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни правоугаоник и златни квадрат

---

$$\phi - 1 = \frac{1}{\phi}$$



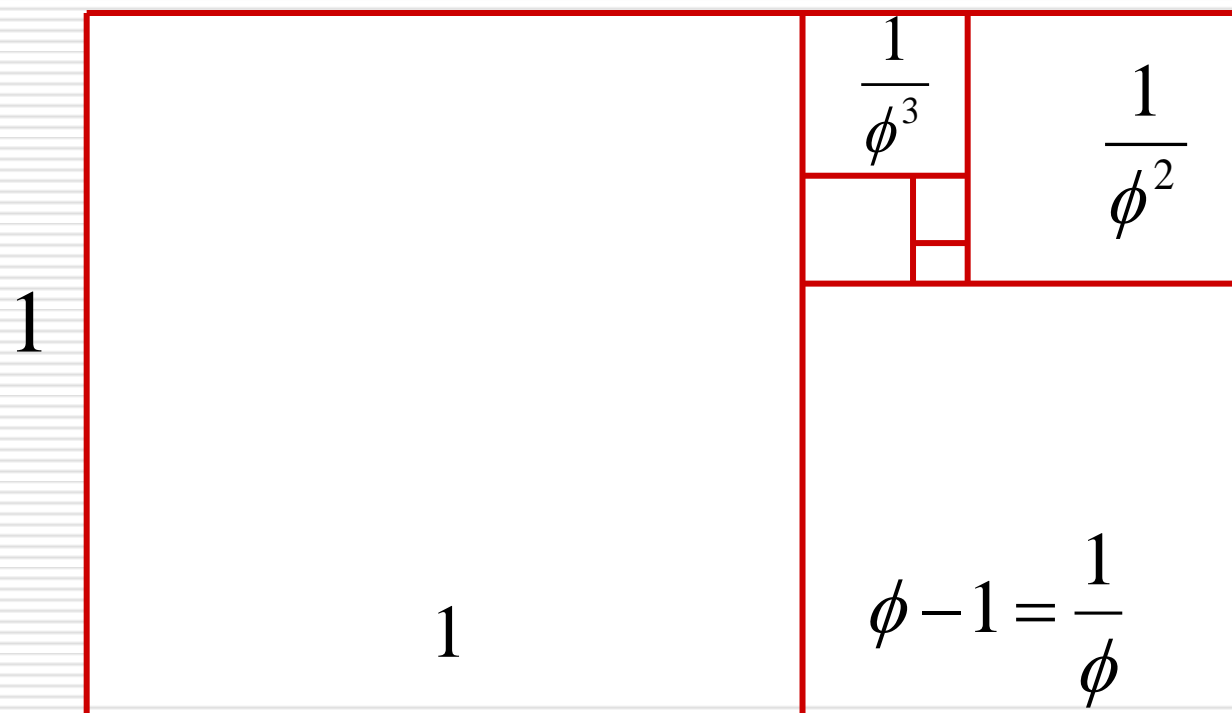
Преостали део је златни правоугаоник; његове странице су опет у односу  $1 : \phi$ . Сличан је почетном правоугаонику и представља његову скалирану копију са фактором скалирања  $\frac{1}{\phi}$ .

---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни правоугаоник и златни квадрат

$\phi$



$$\phi - 1 = \frac{1}{\phi}$$

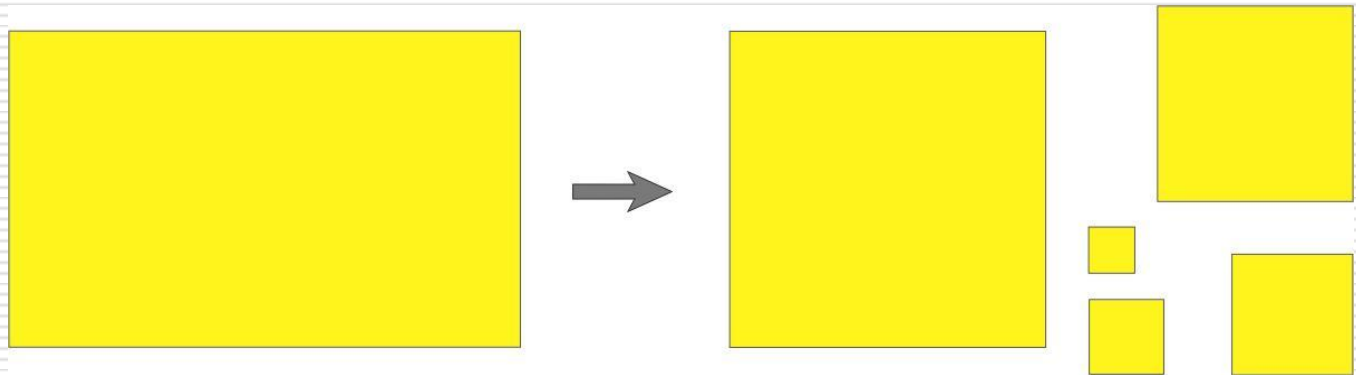
1

$$1 - \frac{1}{\phi} = \frac{1 - \phi}{\phi} = \frac{\frac{1}{\phi}}{\phi} = \frac{1}{\phi^2}$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни правоугаоник и златни квадрат

---

$$\phi - 1 = \frac{1}{\phi}$$



Понављајући поступак добија се низ златних правоугаоника и низ златних квадрата. Сваки следећи у низу је скалирана копија претходног са фактором скалирања  $\frac{1}{\phi}$ . Сваки од низова је самосличан низ.

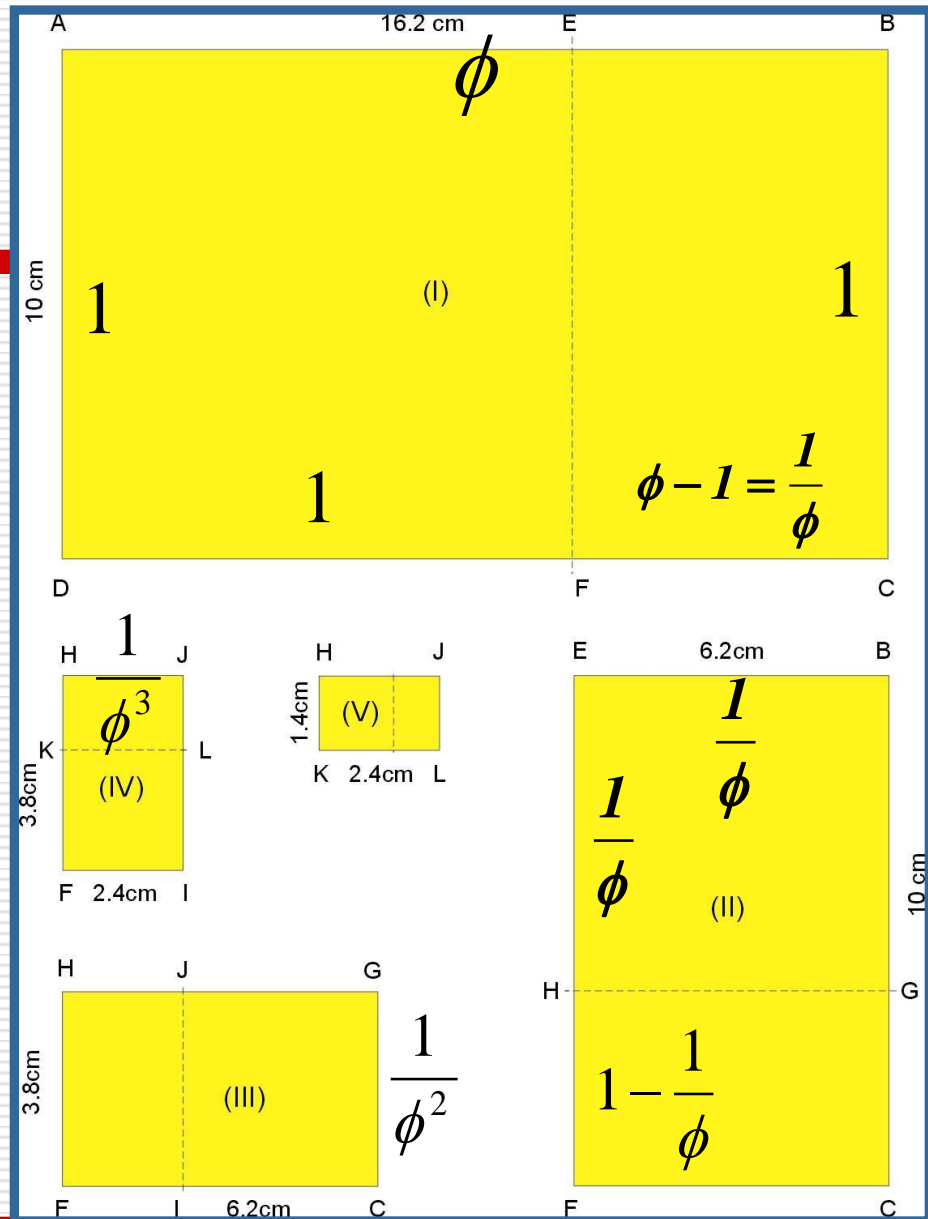
---

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни правоугаоници

Самослични златни  
правоугаоници -  
фактор скалирања  $\frac{1}{\phi}$  .

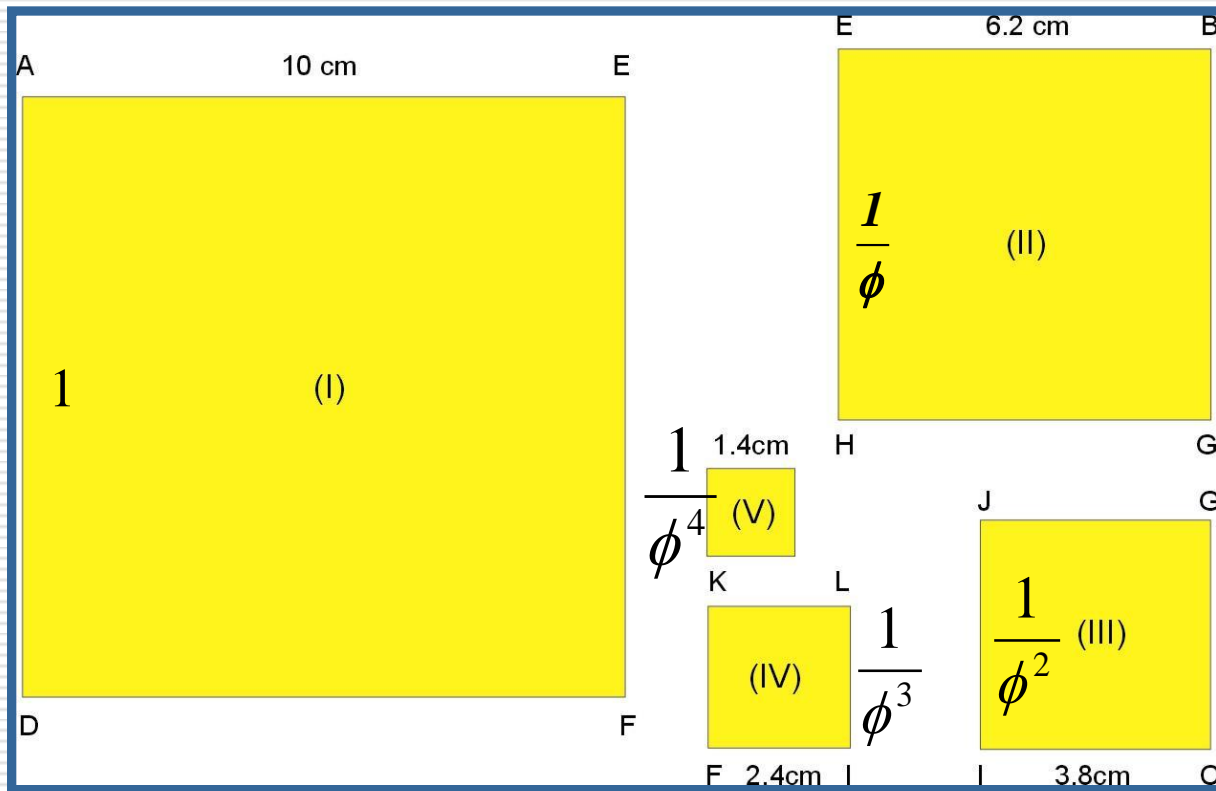
$$\phi - 1 = \frac{1}{\phi}$$

$$1 - \frac{1}{\phi} = \frac{1 - \phi}{\phi} = \frac{1}{\phi} = \frac{1}{\phi^2}$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни квадрати

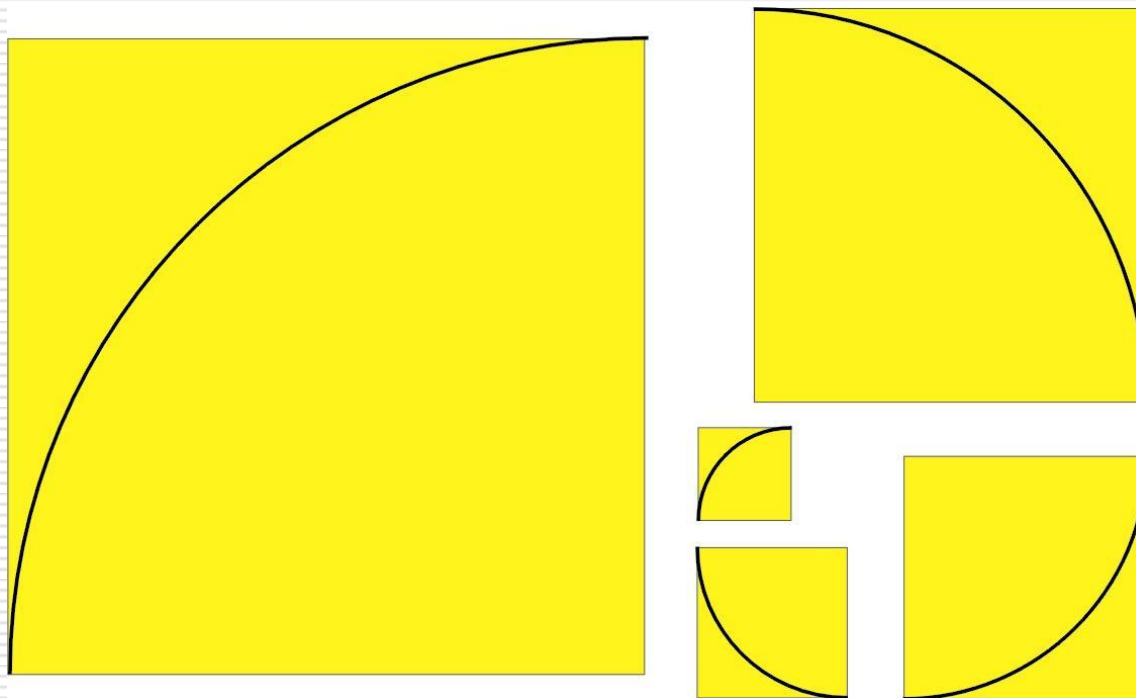
Самослични златни квадрати – фактор скалирања  $\frac{1}{\phi}$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни квадрати

---

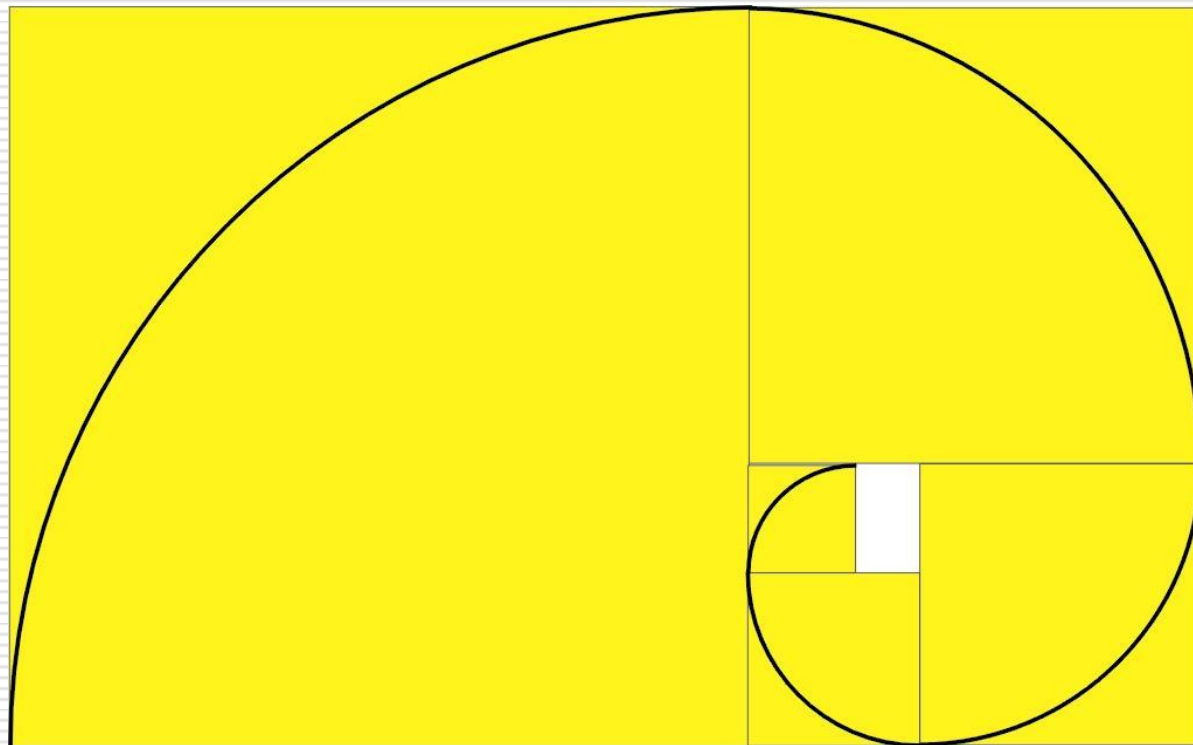
Самослични златни квадрати са  
четвртинама кругова.



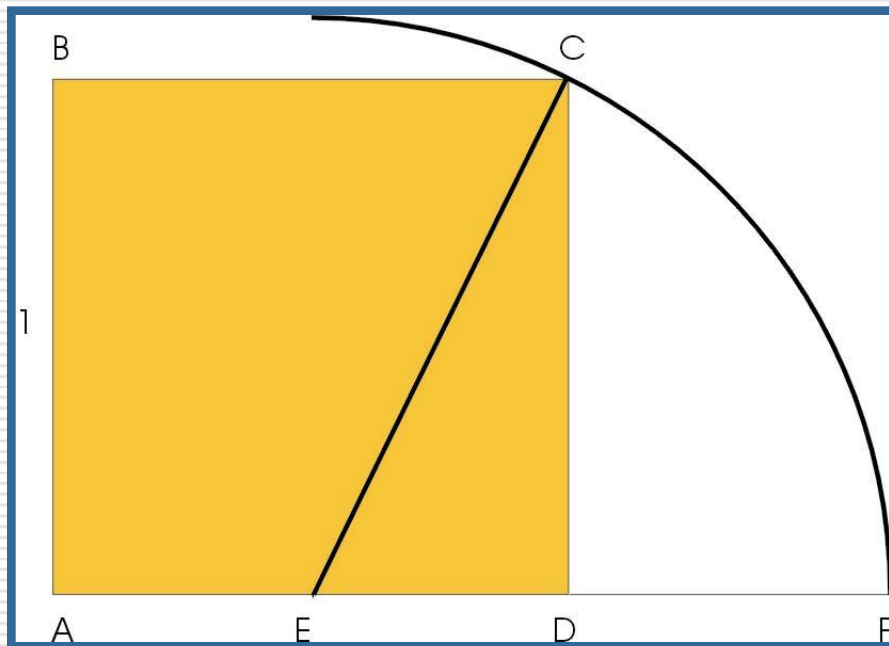
Фрактална геометрија  
и фрактали у архитектури  
златни квадрати

---

Логаритамска (златна) спирала



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури конструкција златног пресека



$$EC^2 = ED^2 + DC^2$$

$$EC^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{5a^2}{4}$$

$$EF = EC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$AF = AE + EF$$

$$AF = \frac{a}{2} + \frac{a\sqrt{5}}{2} = a \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

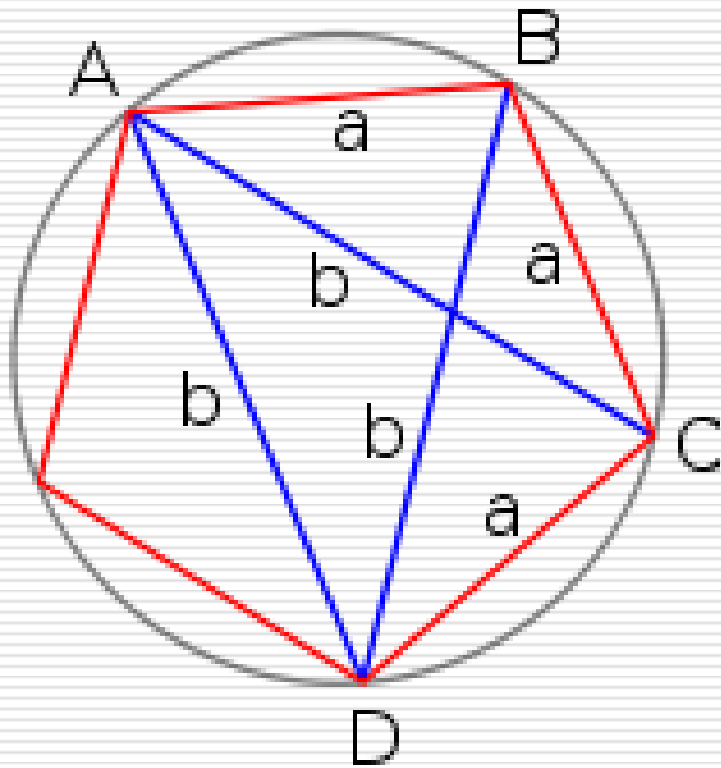
$$DF = EF - DE$$

$$DF = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a}{2} = a \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$\phi = \frac{AF}{AD} = \frac{AD}{DF} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.61803398$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек - петоугао

---



Ptolemy's theorem

$$b^2 = a^2 + ab$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = 1 + \frac{b}{a}$$

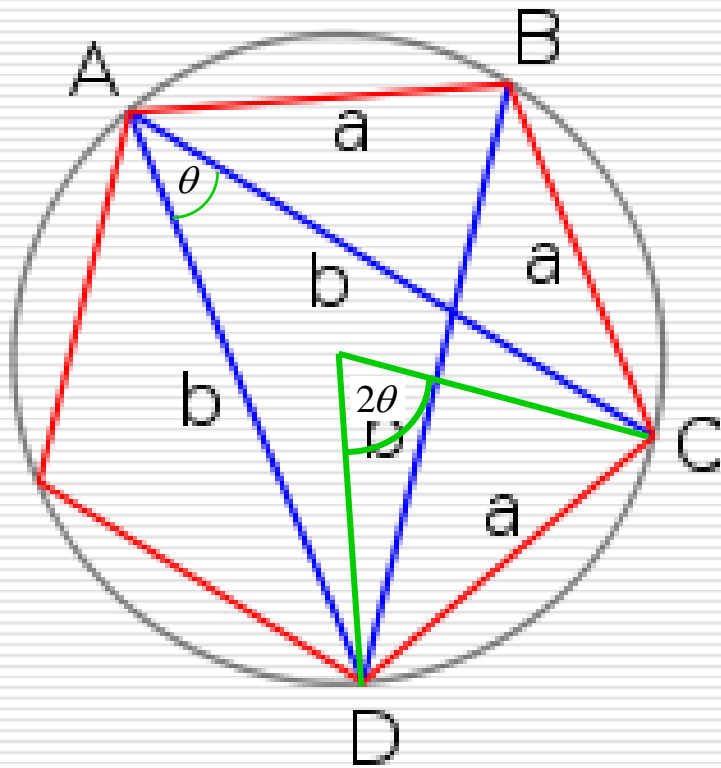
$$\frac{b}{a} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \phi$$

---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек - петоугао

---



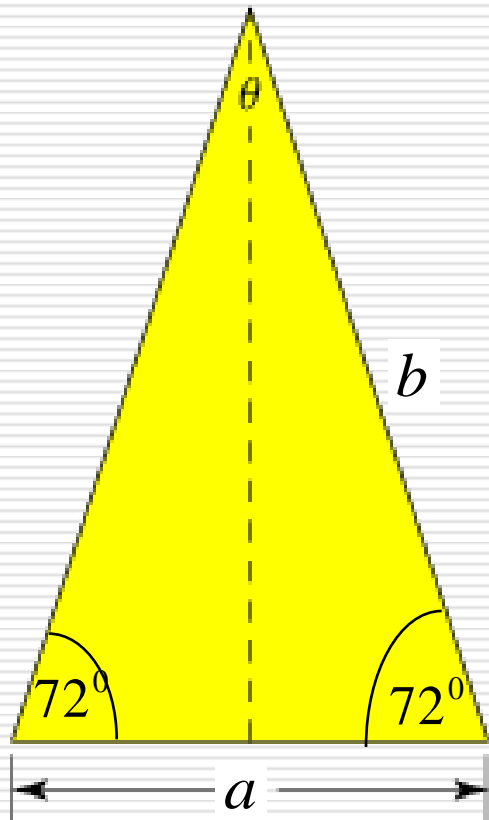
$$2\theta = \frac{2\pi}{5} = 72^\circ$$

$$\theta = \frac{\pi}{5} = 36^\circ$$

---

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек - троугао

---



$$\theta = \frac{\pi}{5} = 36^\circ$$

$$\phi = 2 \cos \frac{\pi}{5}$$

$$\frac{b}{a} = \phi$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{b} = \frac{1}{2\phi}$$

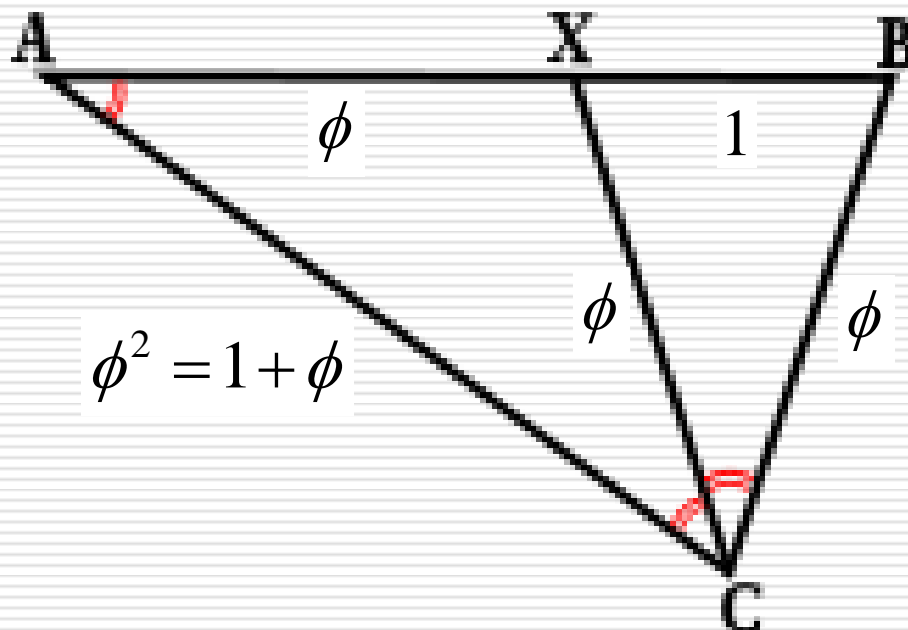
$$\phi = 1 + 2 \sin \frac{\pi}{10}$$

$$\theta = \frac{\pi}{5} = 2 \arcsin \left( \frac{1}{2\phi} \right)$$

---

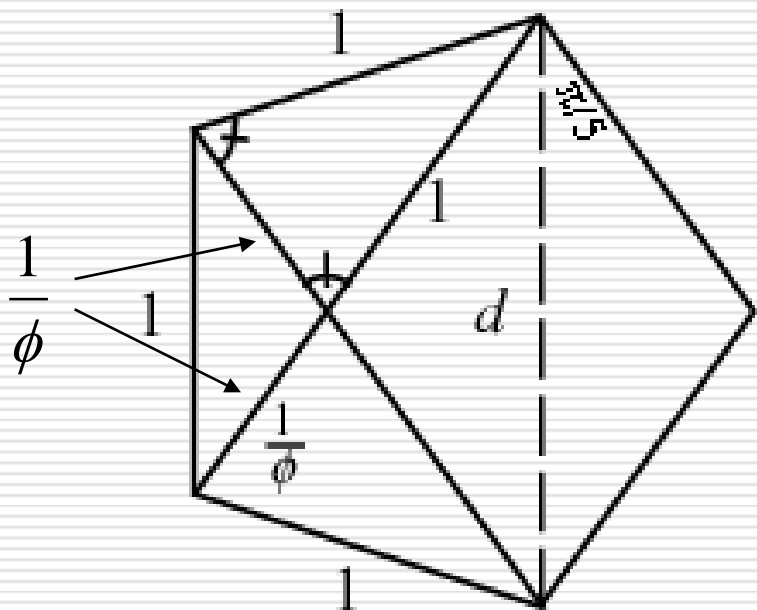
# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни троугао

---

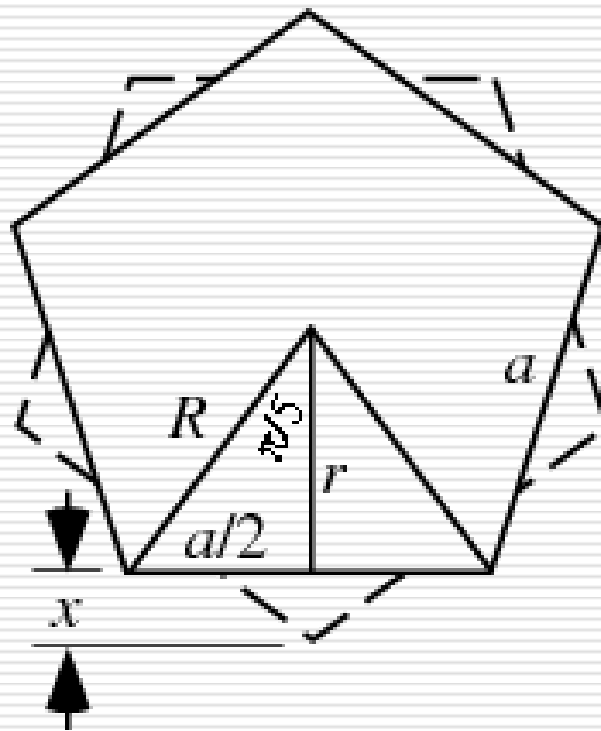


# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек - петоугао

---

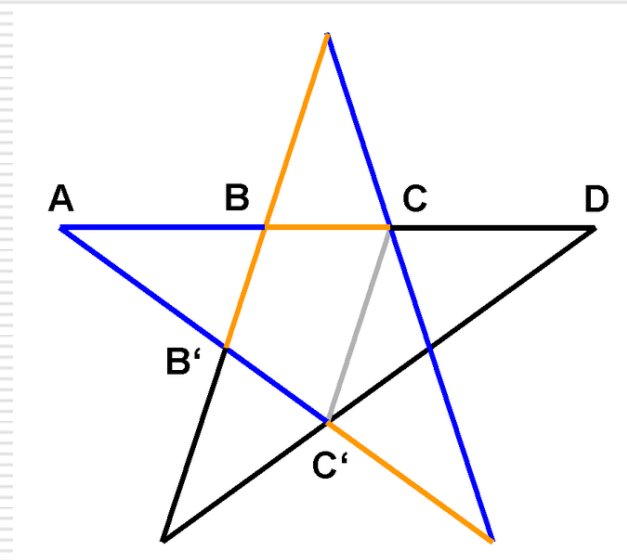
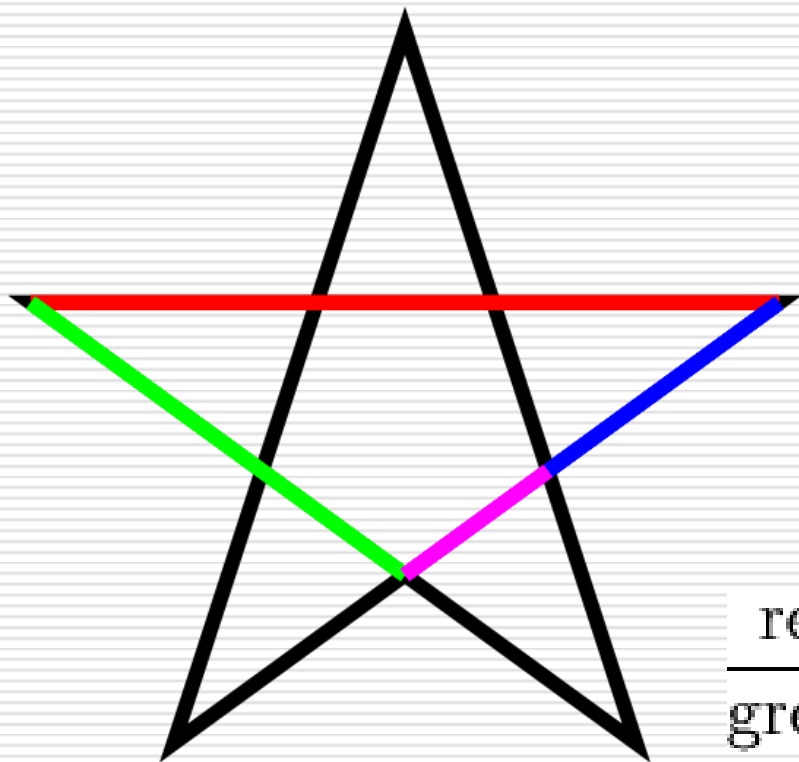


$$1 + \frac{1}{\phi} = \phi$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек - пентаграм

---

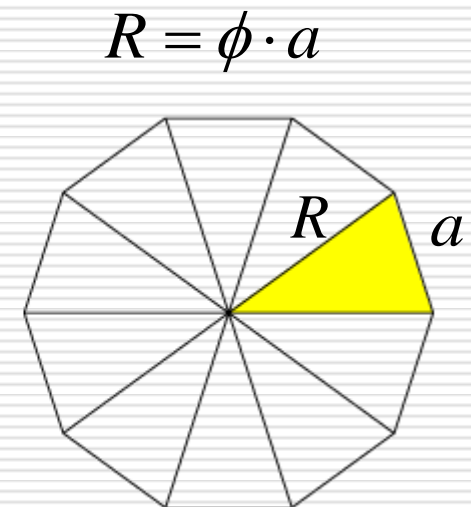
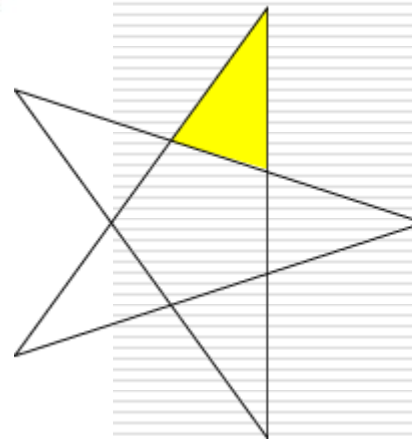
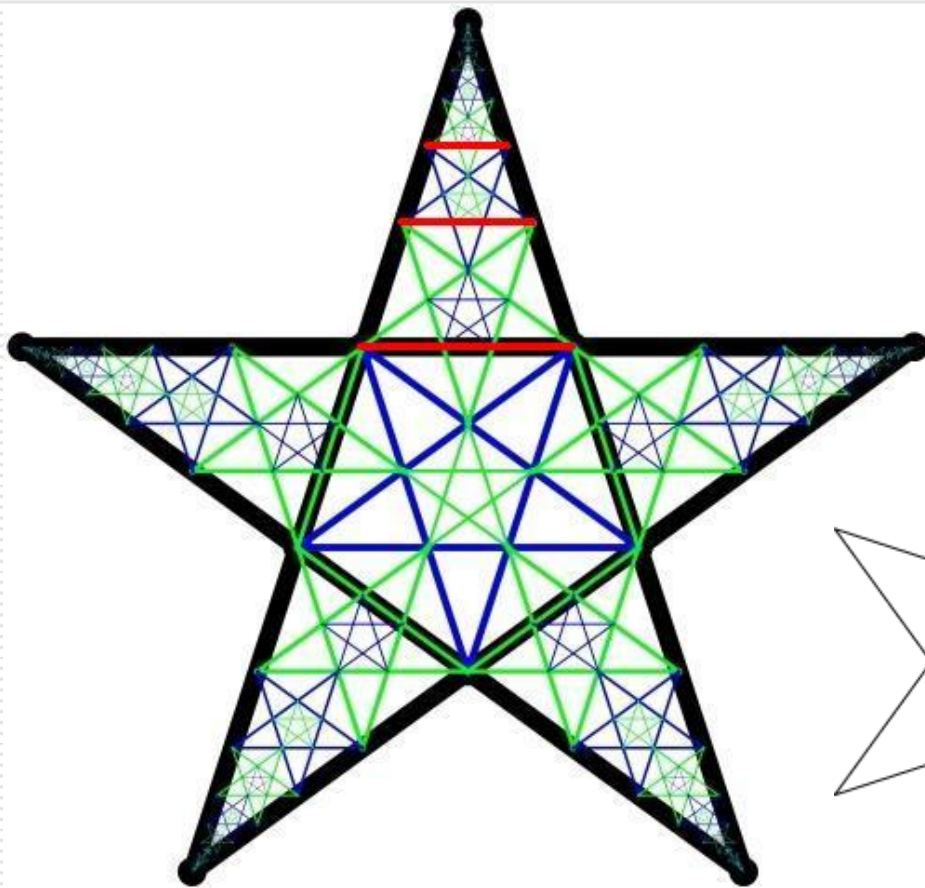


$$\frac{\text{red}}{\text{green}} = \frac{\text{green}}{\text{blue}} = \frac{\text{blue}}{\text{magenta}} = \phi$$

---

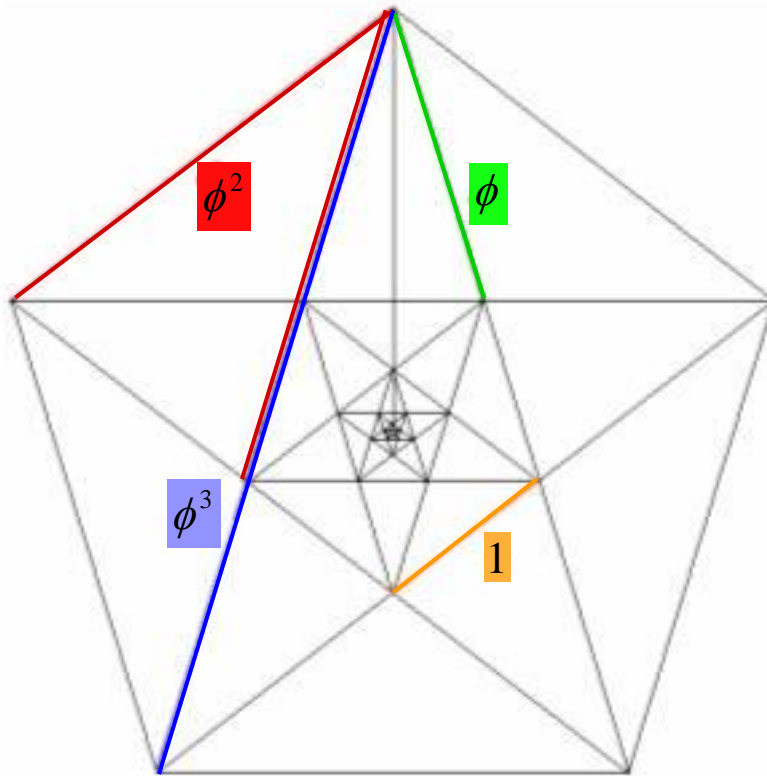
# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек - пентаграм

---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек - пентаграм

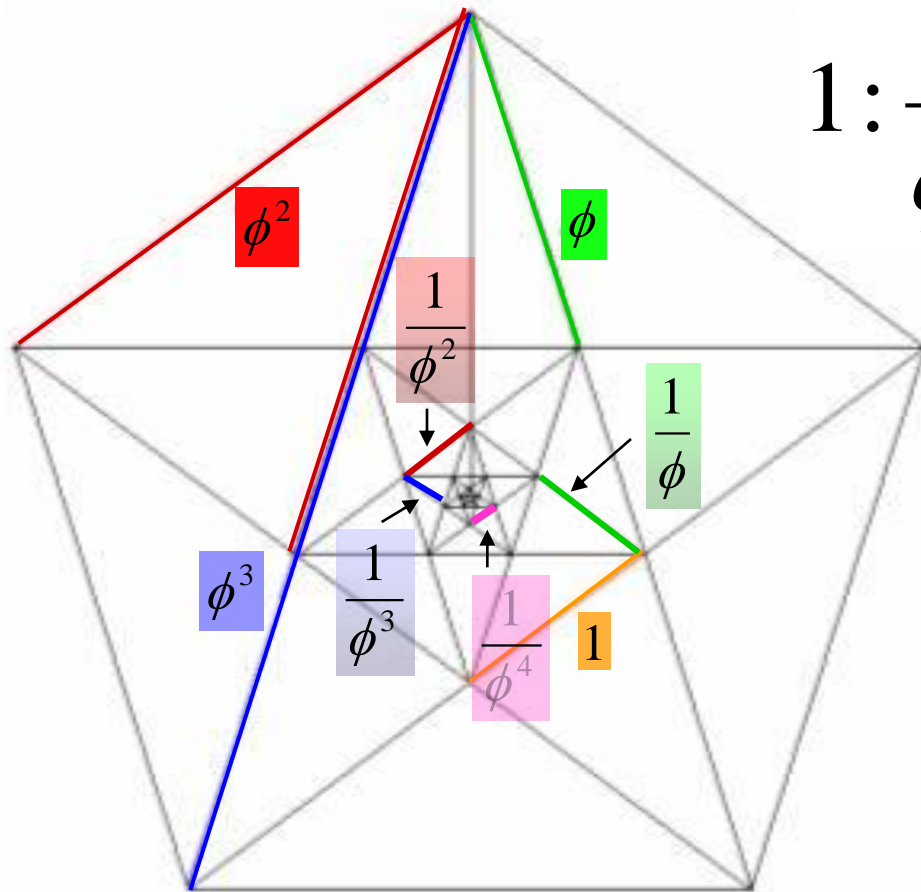
---



$$1 : \phi : \phi^2 : \phi^3$$

---

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек - пентаграм

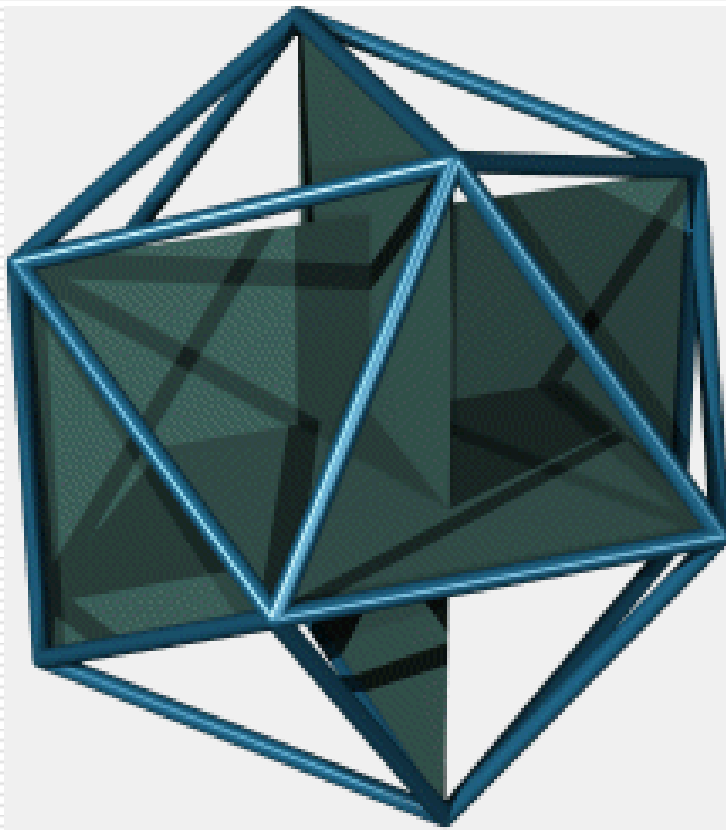
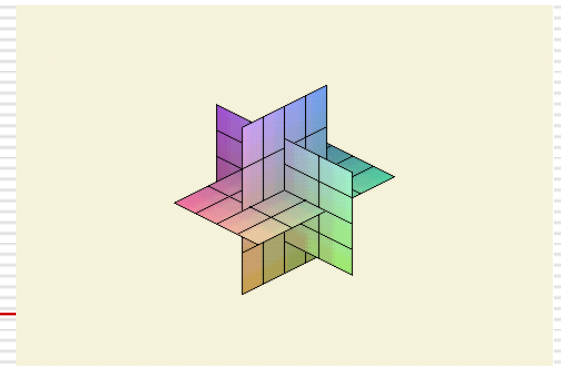


$$1 : \frac{1}{\phi} : \frac{1}{\phi^2} : \frac{1}{\phi^3} : \frac{1}{\phi^4} : \dots$$

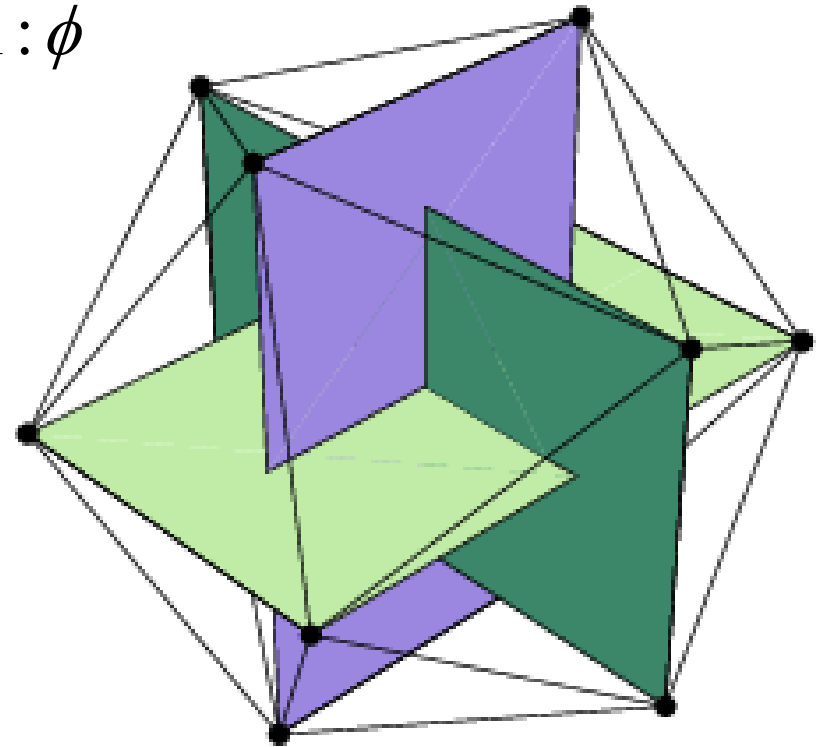


Фрактална геометрија  
и фрактали у архитектури  
златни пресек - икосаедар

---

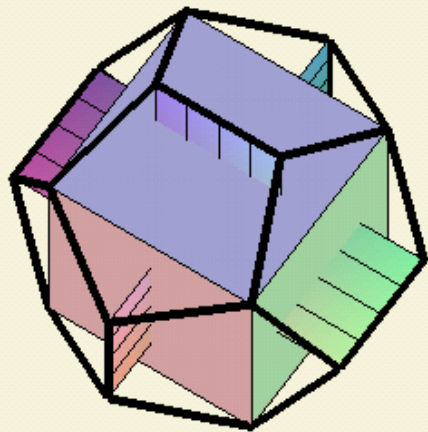


$1:\phi$

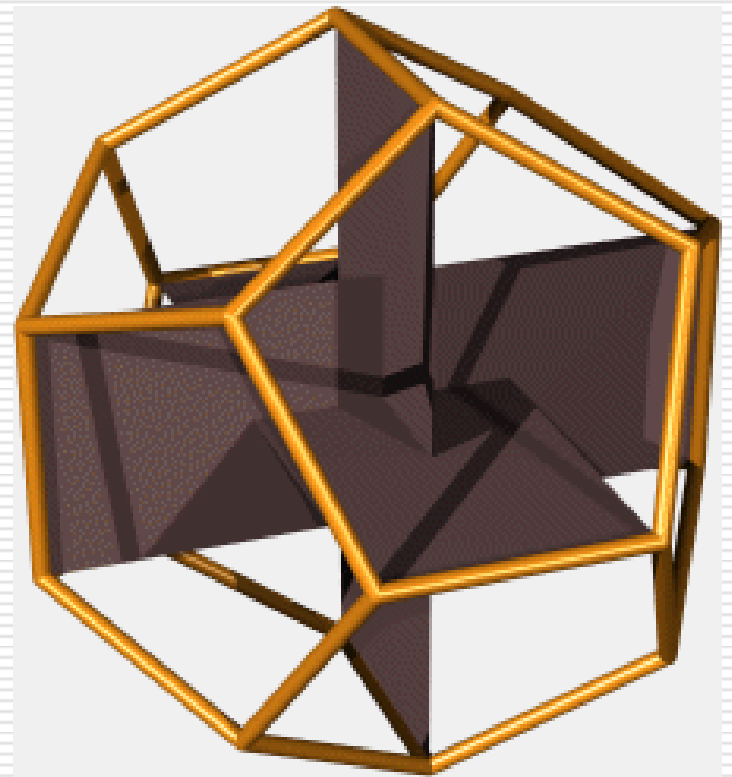


Фрактална геометрија  
и фрактали у архитектури  
златни пресек - додекаедар

---

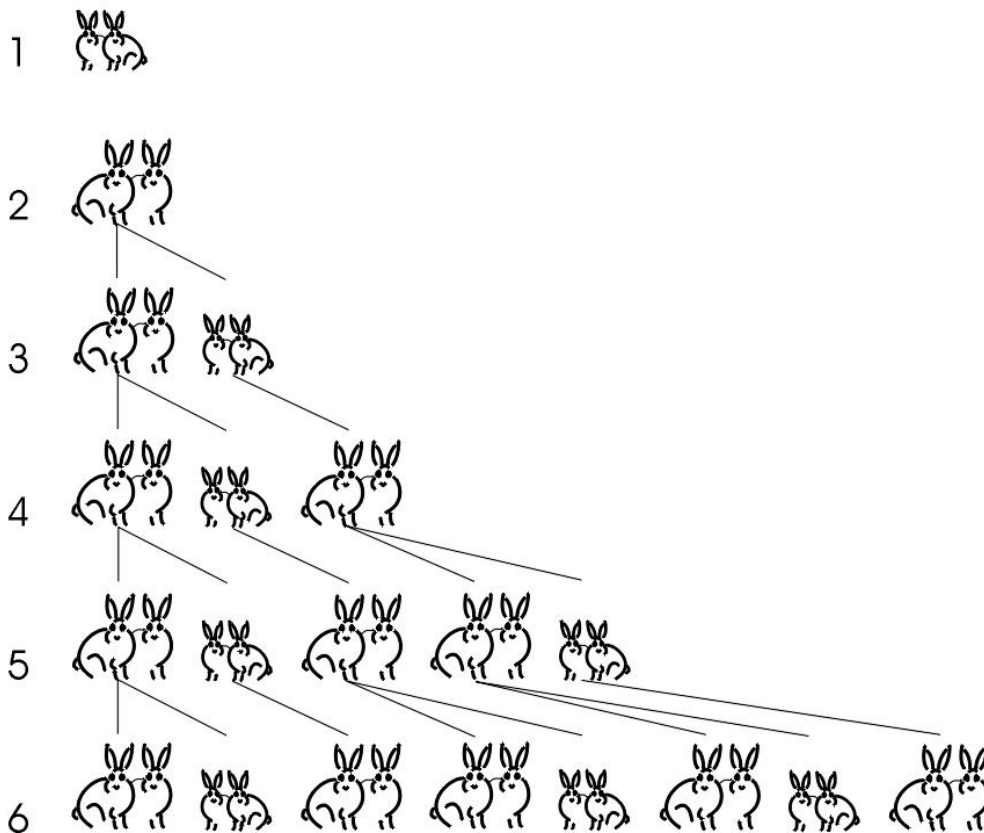


$$1:\phi^2$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури Фибоначиеви бројеви

Generation



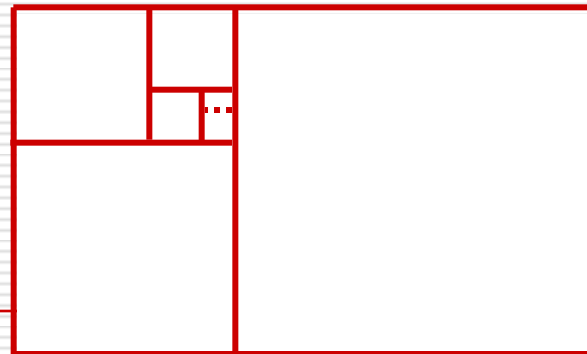
$$F_1=1, F_2=1,$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

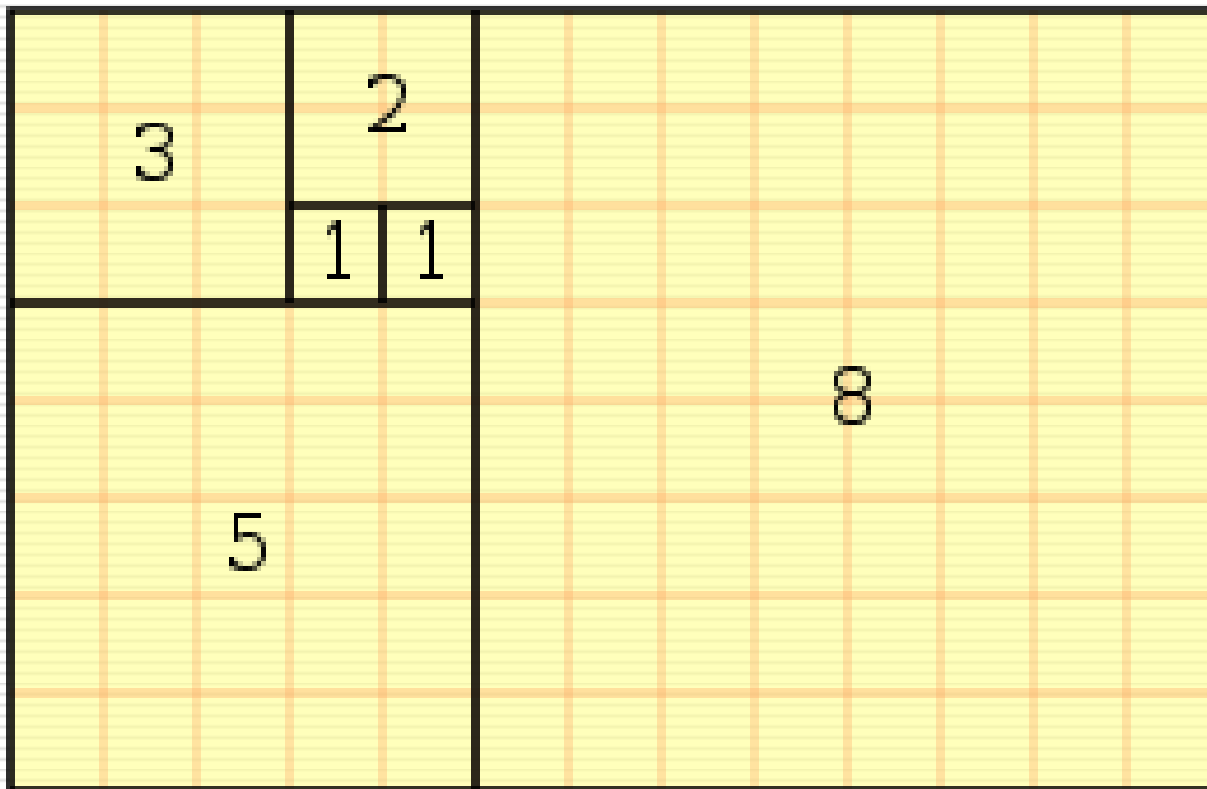
**1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,  
34, 55, 89, 144, 233,  
377, 610, 987, 1597,  
2584, ...**

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури Фибоначиеви бројеви

---



Златни пресек



Фибоначиеви  
бројеви

Фрактална геометрија  
и фрактали у архитектури  
Фибоначиеви бројеви

---

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.61803398$$

$$\frac{F_n}{F_{n-1}} \rightarrow \phi, \text{ kad } n \rightarrow \infty.$$

$$F_1=1, F_2=1,$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

$$\frac{233}{144} = 1.61805556$$

$$\frac{377}{233} = 1.61802575$$

**1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,  
34, 55, 89, 144, 233,  
377, 610, 987, 1597,  
2584, ...**

$$\frac{610}{377} = 1.61803714$$

$$\frac{987}{610} = 1.61803328$$

$$\frac{1597}{987} = 1.61803445$$

$$\frac{2584}{1597} = 1.61803381$$

---

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури Фибоначиеви бројеви

---

$$x_n = \frac{F_{n+1}}{F_n} = \frac{F_n + F_{n-1}}{F_n} = 1 + \frac{F_{n-1}}{F_n} = 1 + \frac{1}{x_{n-1}}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_n = 1 + \frac{1}{x_{n-1}}$$

$$\phi = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}$$

$$\phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

Фрактална геометрија  
и фрактали у архитектури  
Златни пресек и Фибоначиеви бројеви

---

$$a_1 = 1$$

$$a_n^2 = a_{n-1} + 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \phi$$

$$\phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

---

Фрактална геометрија  
и фрактали у архитектури  
Златни пресек и Фибоначиеви бројеви

---

$$\phi^n = \phi^{n-1} + \phi^{n-2}$$

$$\phi^n = F_n \cdot \phi + F_{n-1}$$

---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек у природи

---

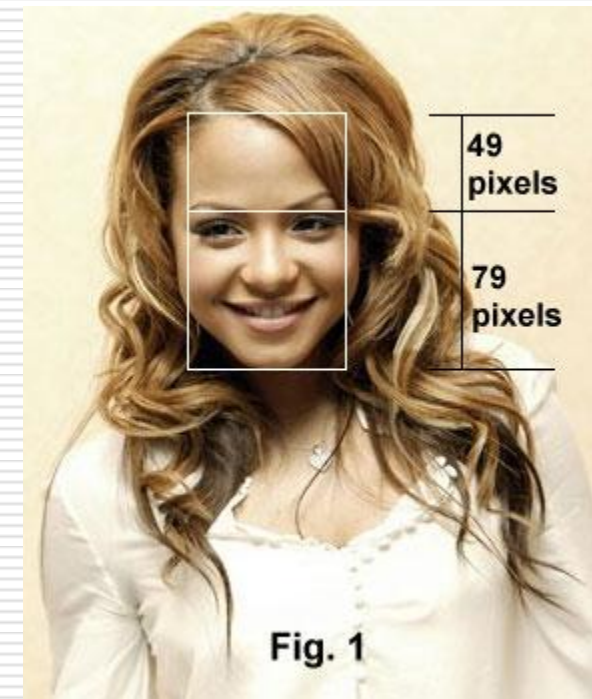
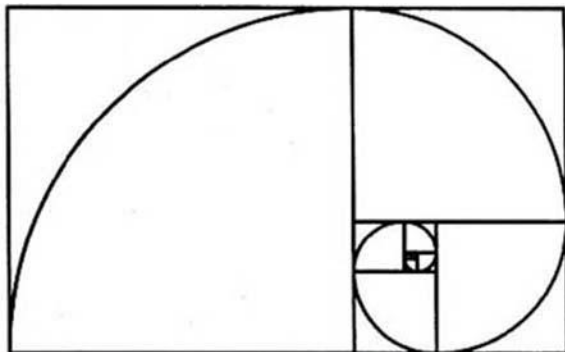
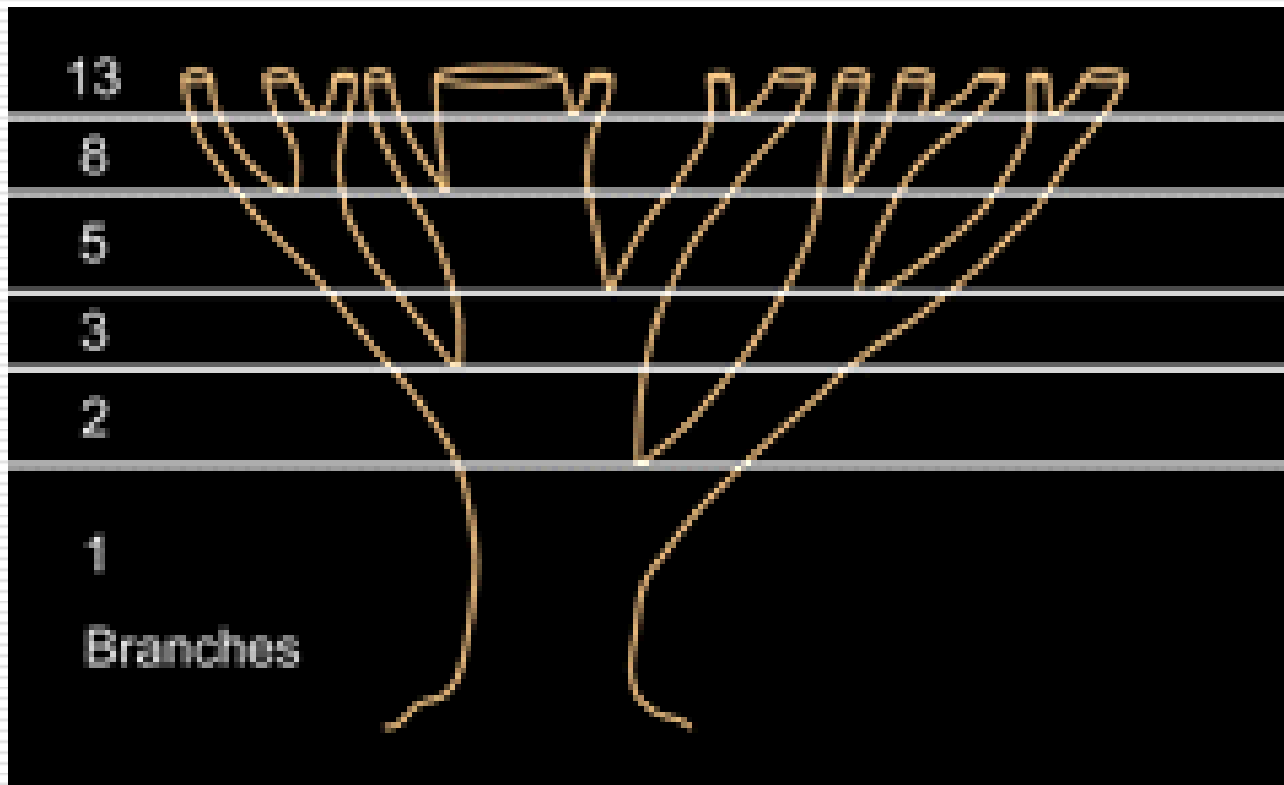
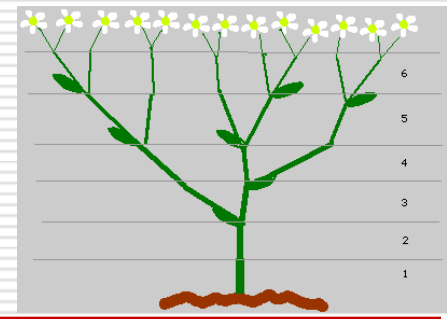


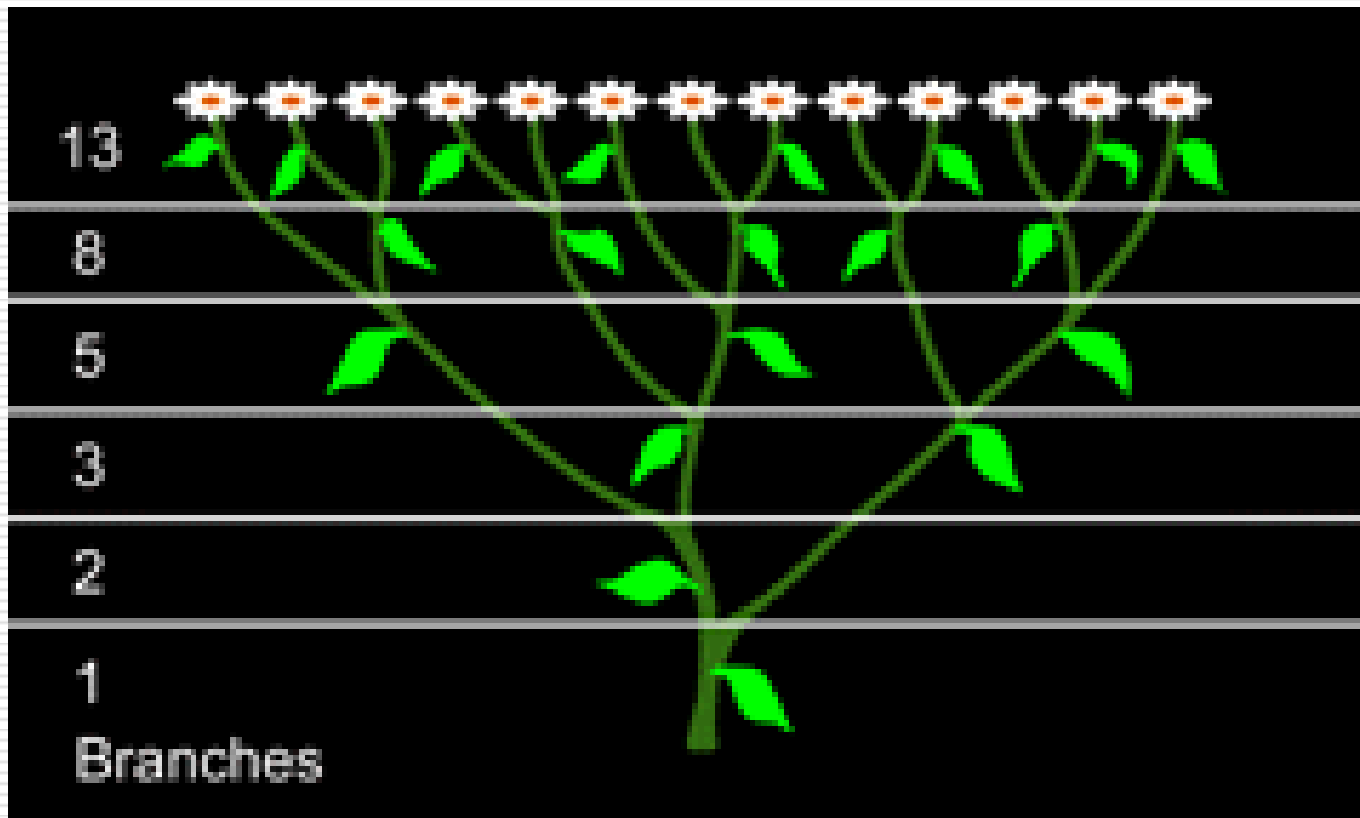
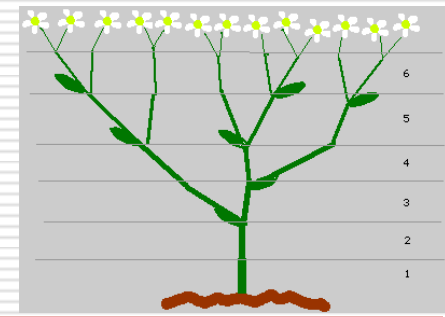
Fig. 1

---

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури Фибоначиеви бројеви у природи



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури Фибоначиеви бројеви у природи

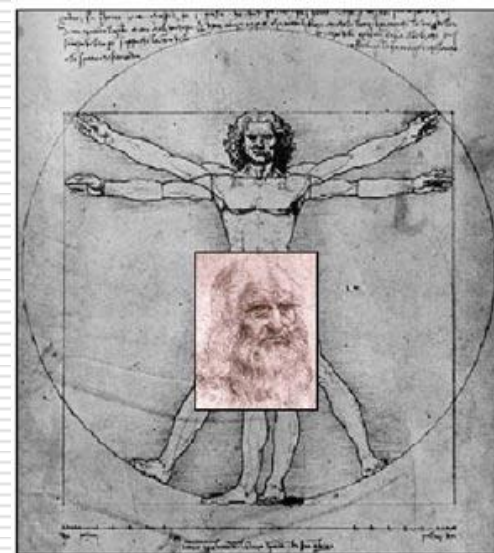
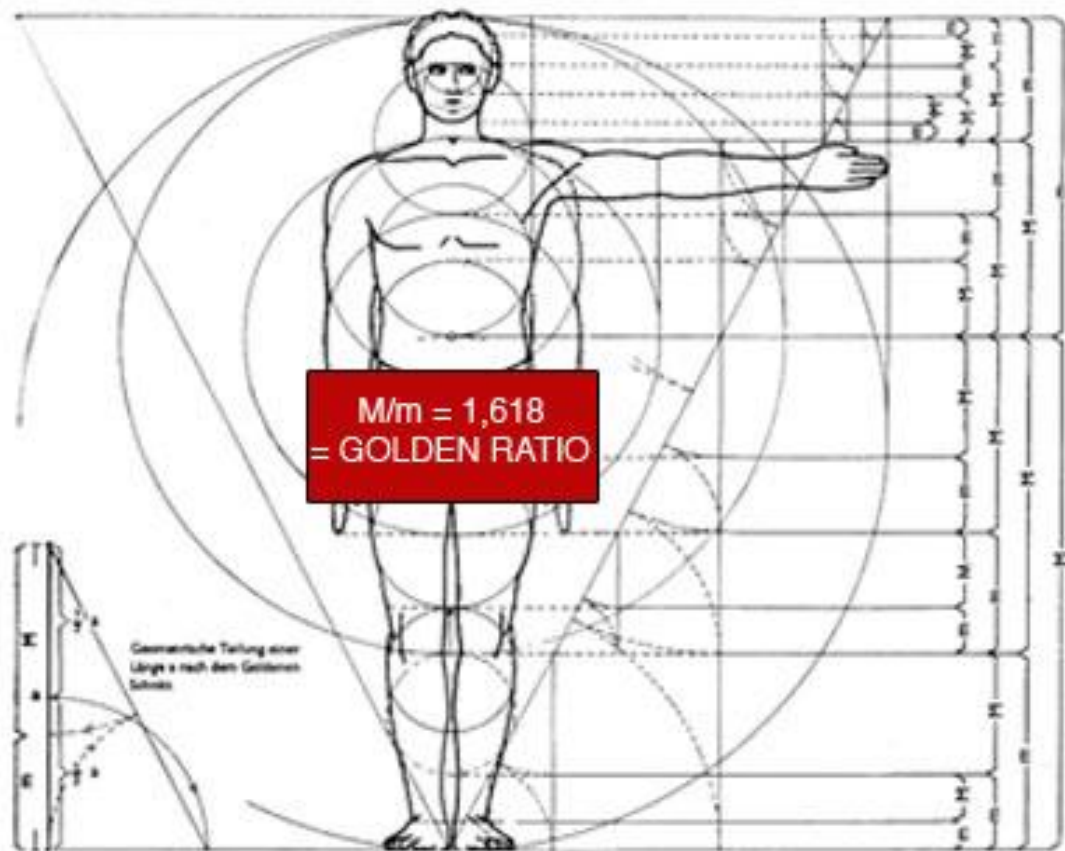


# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури Фибоначиеви бројеви у природи

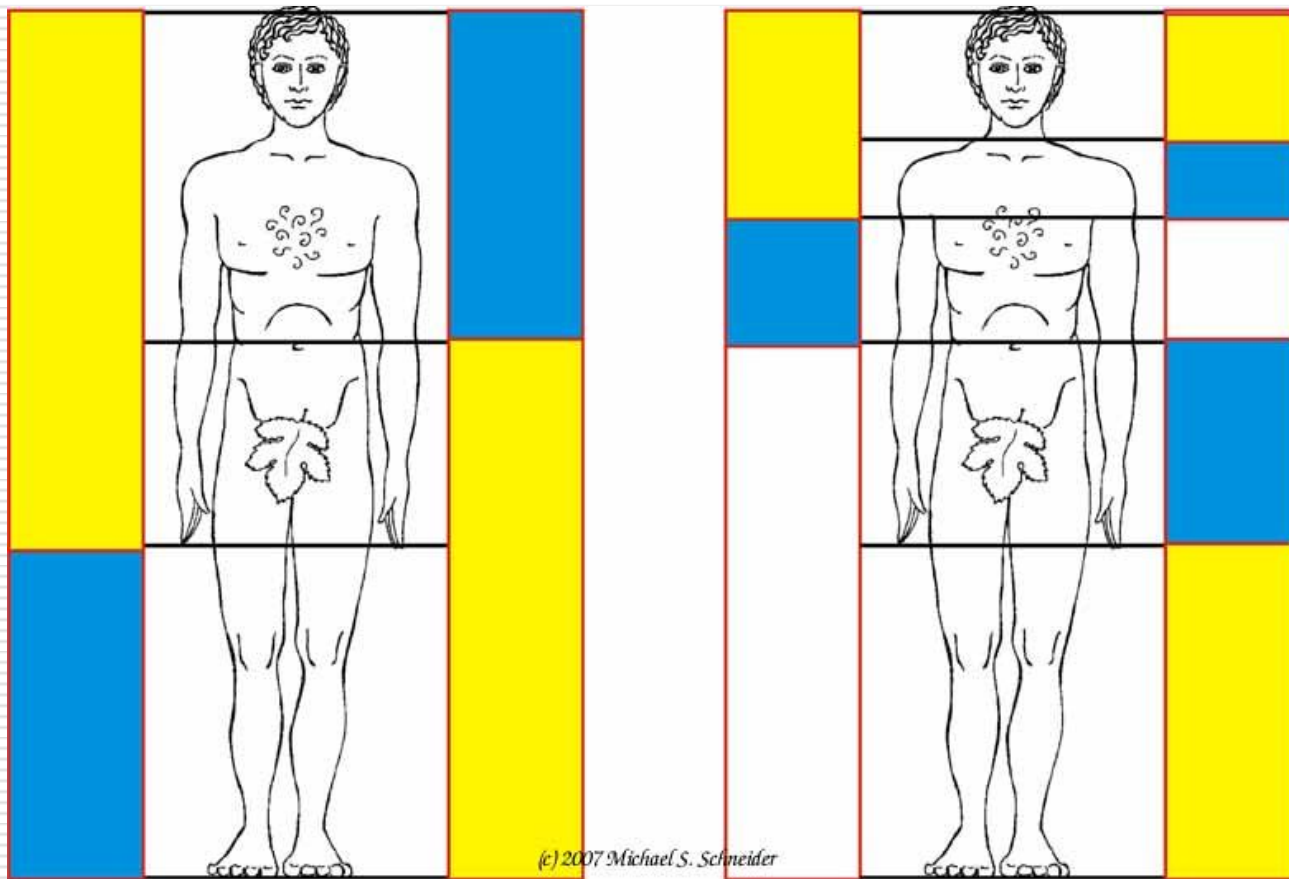
---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек



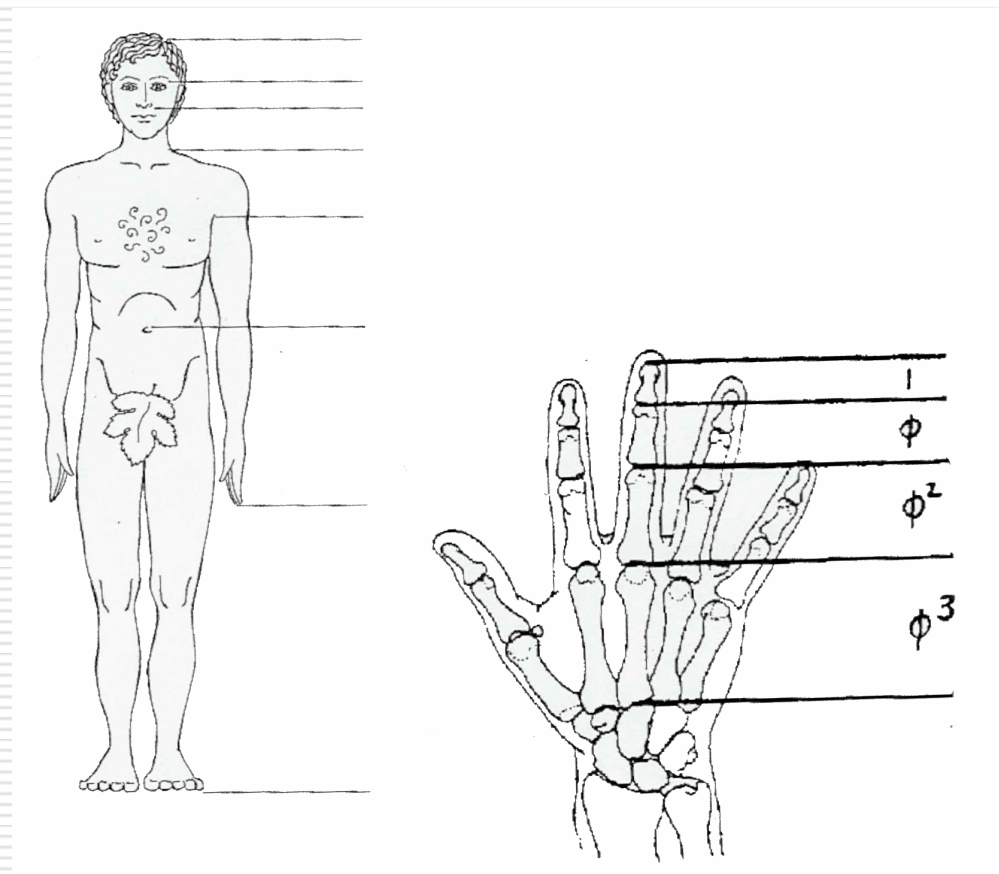
# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

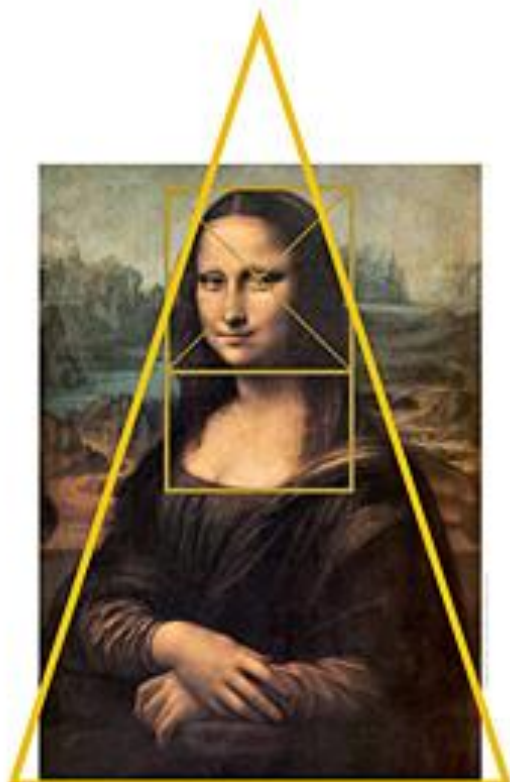
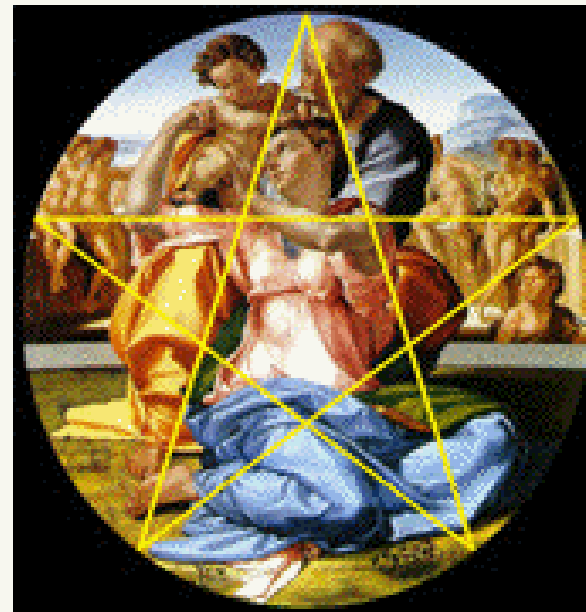
## златни пресек

---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек

---



*Leonardo*

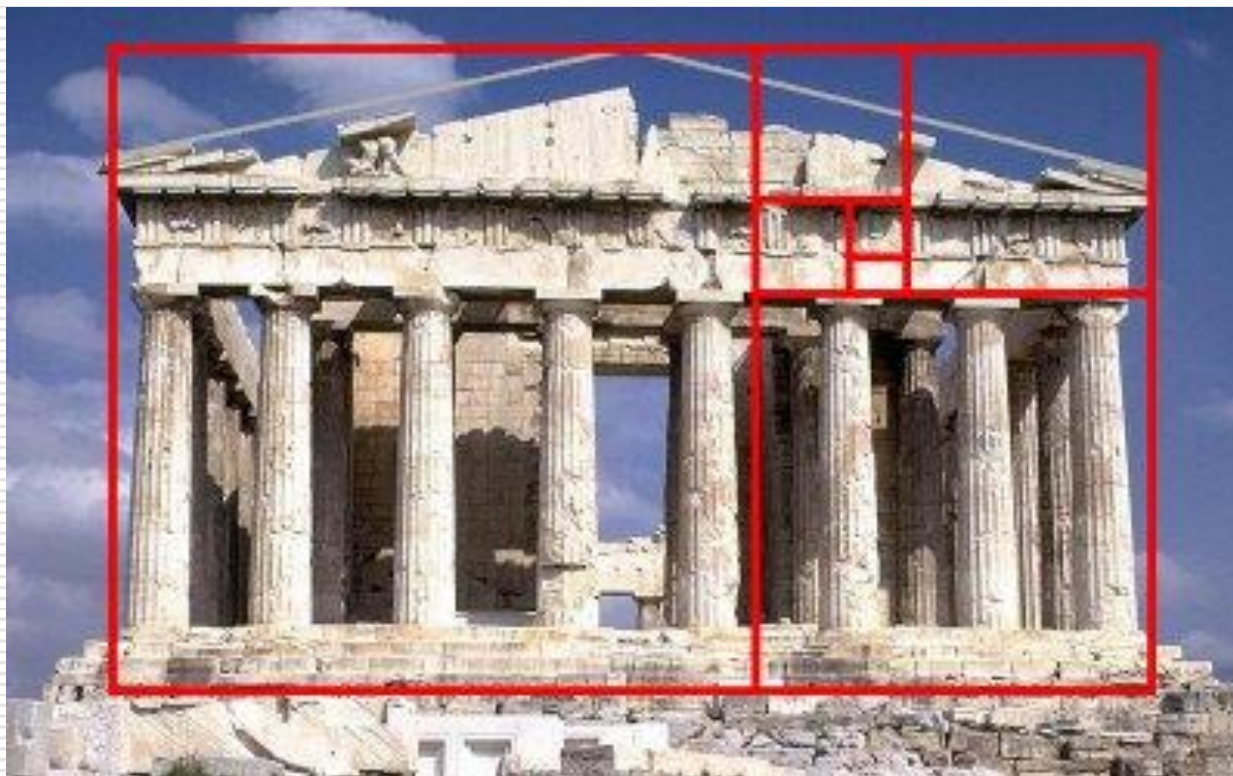
**1 : 1.618**





# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури златни пресек

---



**The Parthenon**

---

## Le Courbusier building Paris / France

---

