

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

---

У једноставној верзији *L*-систем се састоји од

- једног алфабета (азбуке) *A* која представља скуп неких симбола
- једног аксиома *S* који представља стринг (низ) симбола (слова) дате азбуке и
- скупа *P* продукционих правила која сваком симболу *a* дате азбуке додељују неки стринг *P(a)* симбола те азбуке.

Стринг *P(a)* се назива наследником или следбеником симбола *a*. Симбол *a* се назива претходником стринга *P(a)*.

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

---

азбука

$$A = \{a, b, c, \dots\}$$

аксиом

стринг  $S$

продукциона правила

$$P = \{a \rightarrow P(a), b \rightarrow P(b), c \rightarrow P(c), \dots\}$$

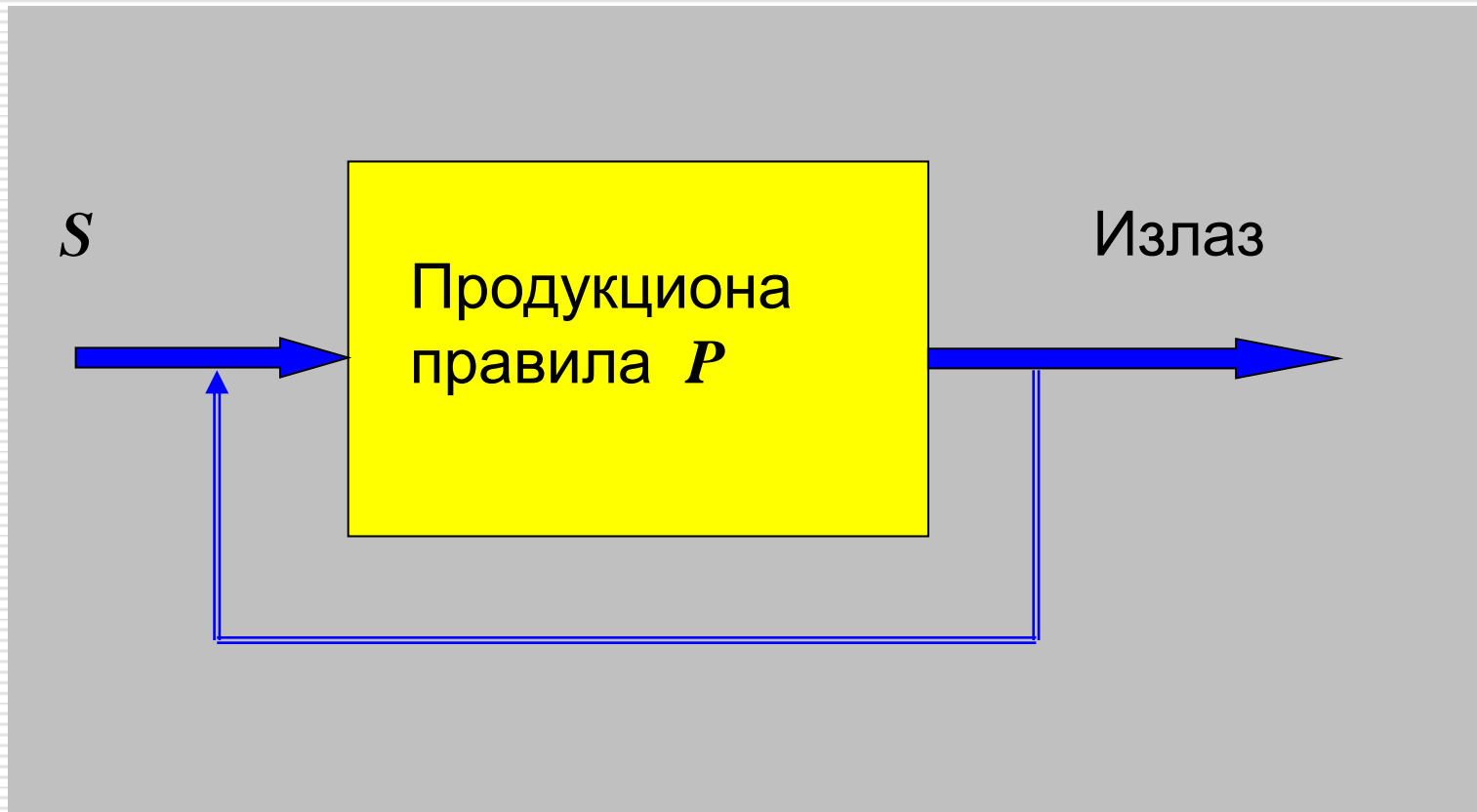
**Развојни низ *L*-система:**

$$S \rightarrow P(S) \rightarrow P(P(S)) \rightarrow \dots$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

### Пример 1.

Азбука:  $A = \{a, b, c\}$

Продукциона правила:  $a \rightarrow abc$

$b \rightarrow b$

$c \rightarrow cba$

Аксиом:  $S = a$

1. корак  $\longrightarrow$

$a \rightarrow abc$

2. корак  $\longrightarrow$

$abc \rightarrow abc \ b \ cba = abc b cba$

3. корак  $\downarrow$

$abc b cba \rightarrow abc \ b \ cba \ b \ cba \ b \ abc = abc b cba b cba b abc$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

---

Н и з

$a \rightarrow abc \rightarrow abcbsba \rightarrow abcbsbabababc \rightarrow \dots$

је развојни низ задатог ***L***-система.

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## *L*-системи - једноставни *L*-системи

### Пример 2.

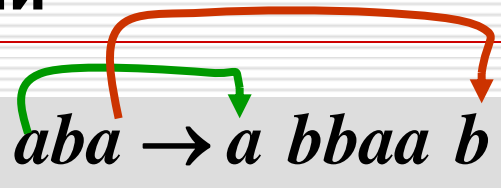
Азбука:  $A = \{a, b\}$

Аксиом:  $S = aba$

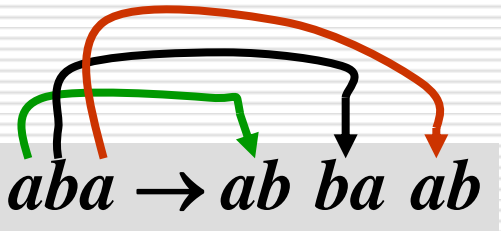
Ако у првом кораку

$S = aba \rightarrow abbaab$

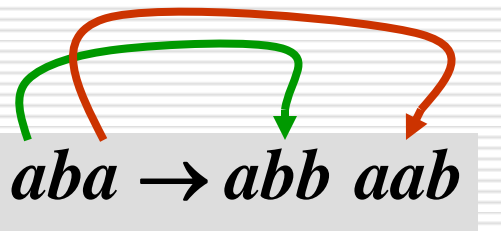
одредити  
продукциона  
правила.



$S = aba \rightarrow abbaab$



$S = aba \rightarrow abbaab$



$S = aba \rightarrow abbaab$

ПРОДУКЦИОНА ПРАВИЛА

$P = \{a \rightarrow ab, b \rightarrow ba\}$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

### Пример 2.

Азбука:  $A = \{a, b\}$

Аксиом:  $S = aba$

Ако у првом кораку

$S = aba \rightarrow abbaab$

Формирати стринг који следи из  $S$  после два корака.

ПРОДУКЦИОНА ПРАВИЛА

$P = \{a \rightarrow ab, b \rightarrow ba\}$

$S = aba$

$ab \ ba \ ab = abbaab$

$ab \ ba \ ba \ ab \ ab \ ba$

2.корак





# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

За генерисање слике помоћу *L*-система неопходна је геометријска интерпретација азбуке.

Та геометријска интерпретација представља основ за превођење стринга у инструкције за цртање. Уобичајен алфабет је

$A = \{F, f, +, -\}$  са следећом геометријском интерпретацијом:

<i>F</i>	померање један корак унапред уз исцртавање линије
<i>f</i>	померање један корак унапред без исцртавања линије
+	ротација у смеру супротном кретању казаљки на сату за дати угао односно скретање лево за дати угао
-	ротација у смеру кретања казаљки на сату за дати угао односно скретање десно за дати угао

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

---

$$A = \{F, f, +, -, [, ]\}$$

[ - меморисање тренутне позиције и правца – стављање податка у stack

] - читавање меморисане позиције и правца – вађење податка из stack-а

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

## **Пример 3.**

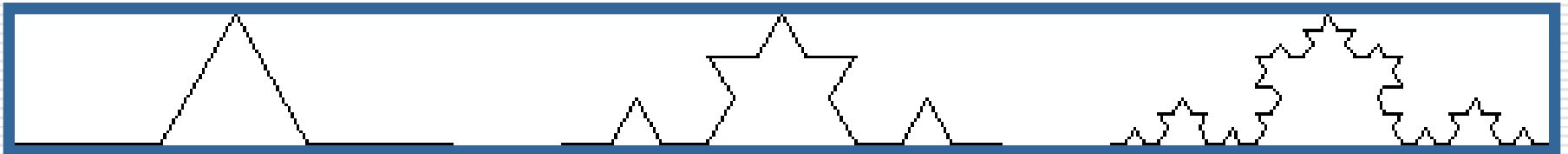
Нека је *L*-систем задат помоћу азбуке  $A = \{F, +, -\}$  аксиома  $S = F$  и продукционих правила:

$$F \rightarrow F + F - - F + F \quad + \rightarrow + \quad - \rightarrow -$$

1.корак  $F + F - - F + F$

2.корак  $F + F - - F + F + F + F - - F + F - - F + F - - F + F + F + F - - F + F$

Узимајући за угао ротације  $\theta = 60^\circ$  овај *L*-систем генерише Кохову криву.



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

## Пример 4.

Нека је *L*-систем задат помоћу азбуке

$$A = \{F, f\}$$

аксиома

$$S = F$$

и продукционих правила:

$$F \rightarrow FfF$$

$$f \rightarrow fff$$

1.корак

$$F \rightarrow FfF$$

2.корак

$$FfF \rightarrow FfF \ fff \ FfF = FfFfffFfF$$

Овај *L*-систем генерише Канторов скуп.

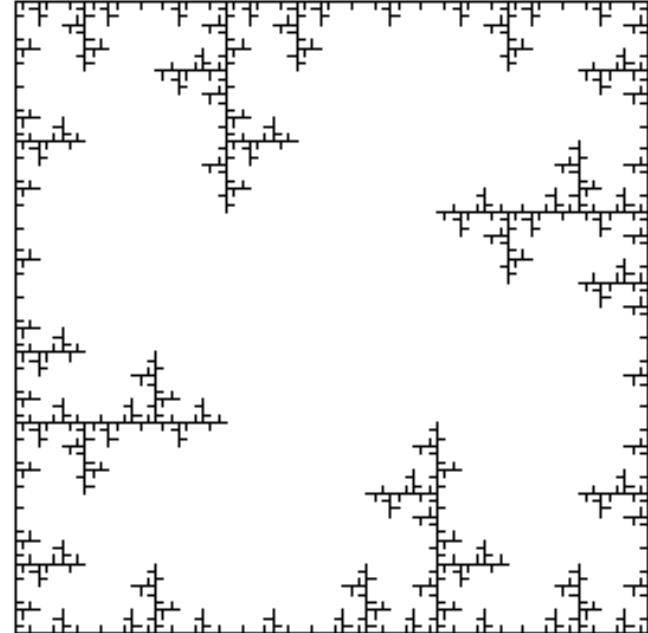
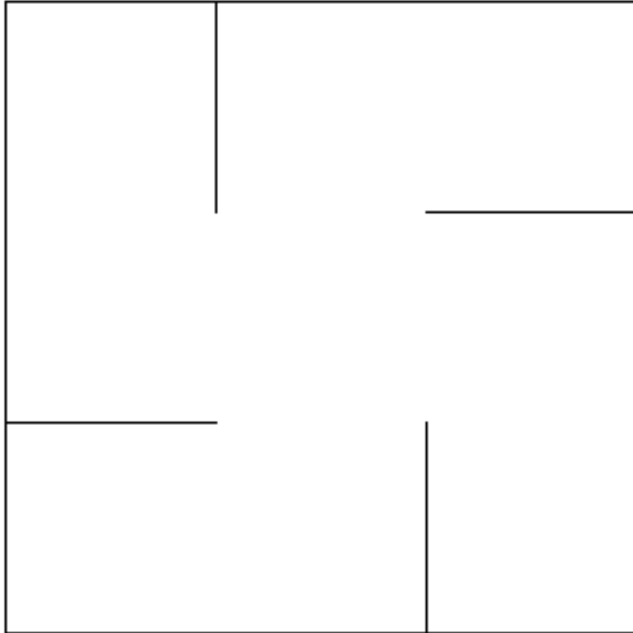


# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - једноставни *L*-системи**

---

### Пример 5.



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

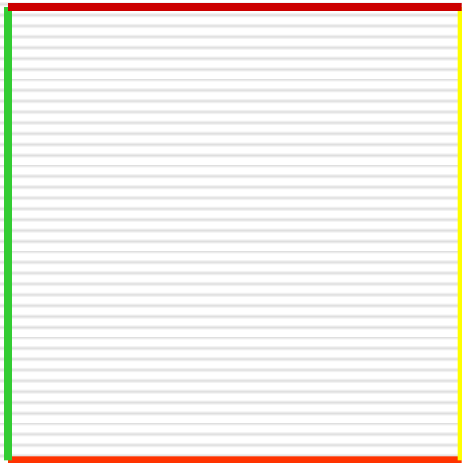
## ***L*-системи - примери**

---

азбука  $A = \{F, +\}$

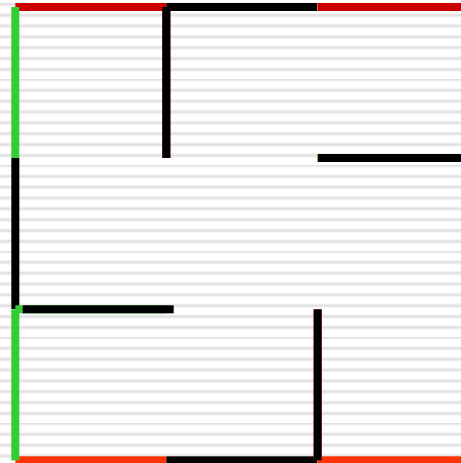
aksiom

$$S = F + F + F + F$$



pravilo

$$F \rightarrow FF + F + +F + F$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - примери**

---

азбука

$$A = \{F, +\}$$

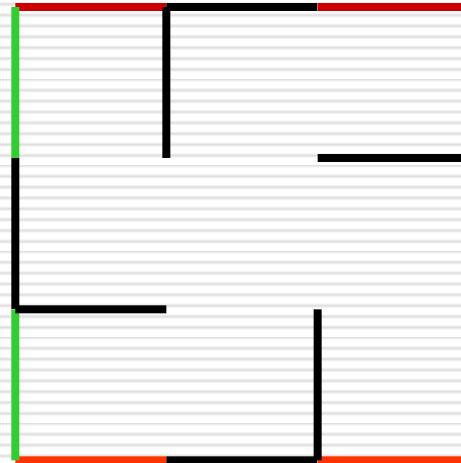
aksiom

$$S = F + F + F + F$$



pravilo

$$F \rightarrow FF + F + F + F$$

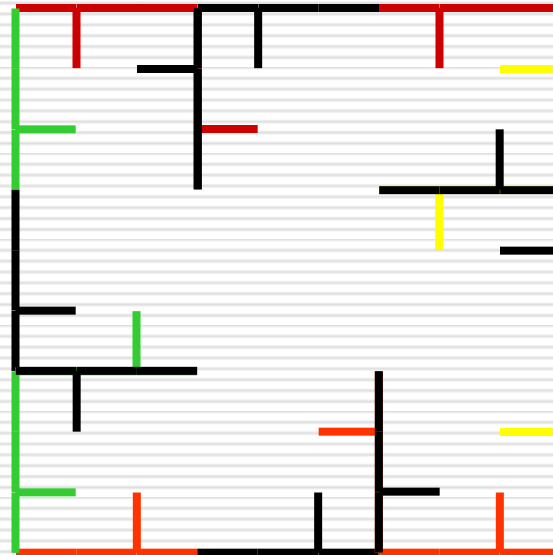
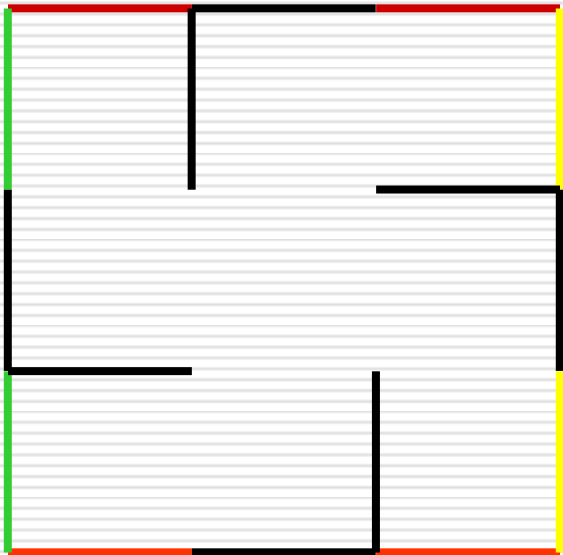


# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## *L*-системи - примери

---

$$F \rightarrow FF + F + + F + F$$



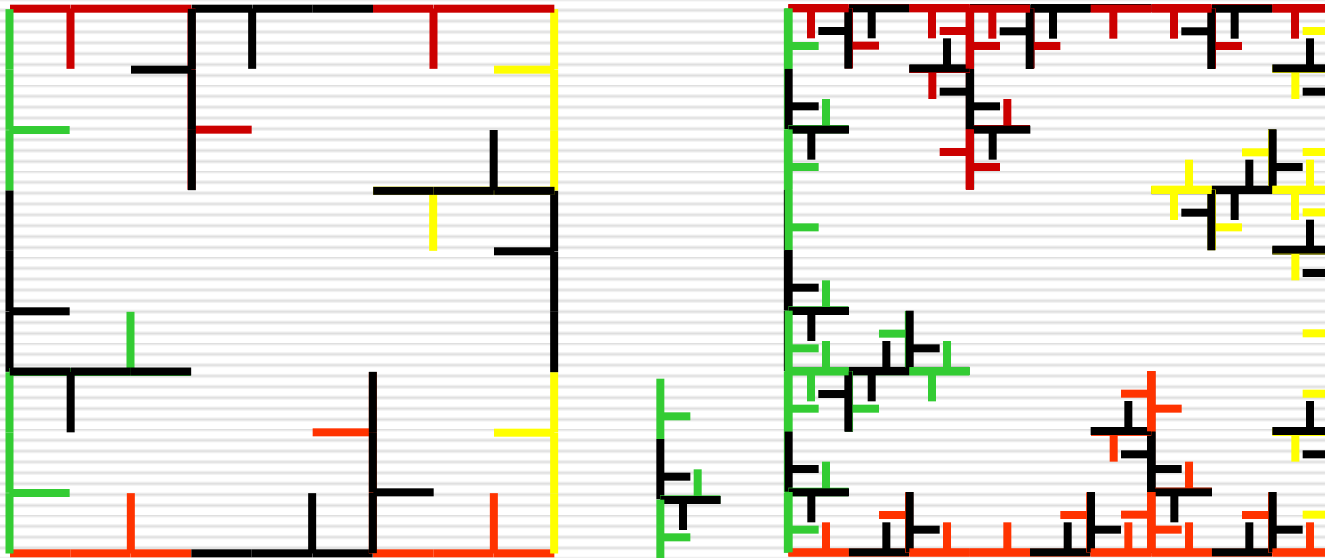


# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - примери**

---

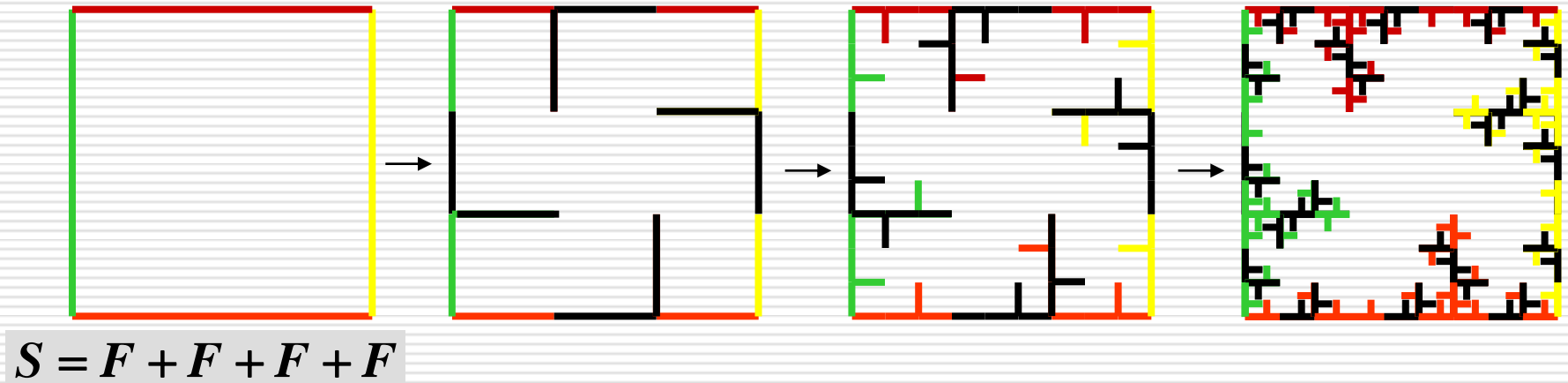
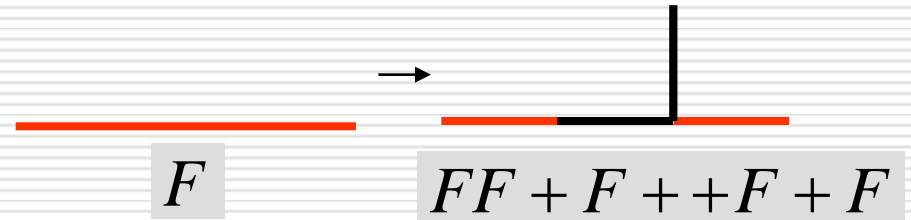
$$F \rightarrow FF + F + +F + F$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## *L*-системи - примери

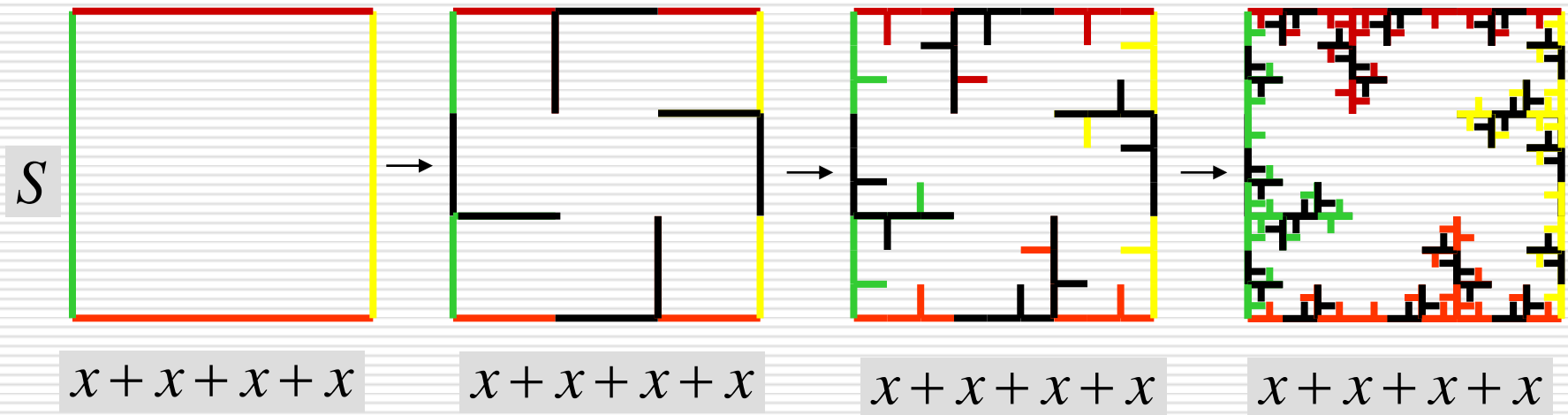
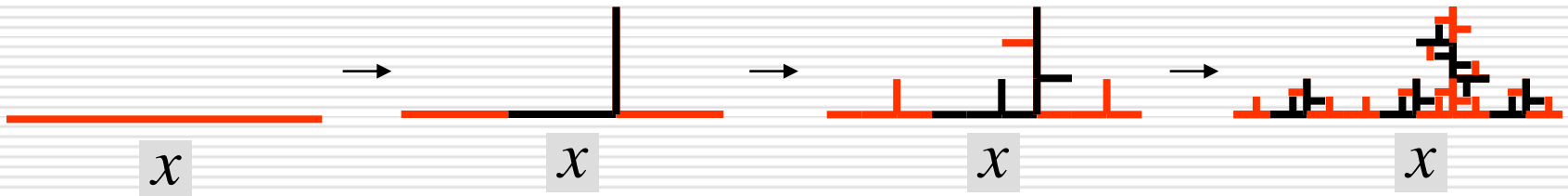
$$A = \{F, +\} \quad S = F + F + F + F \quad F \rightarrow FF + F ++F + F$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## *L*-системи - примери

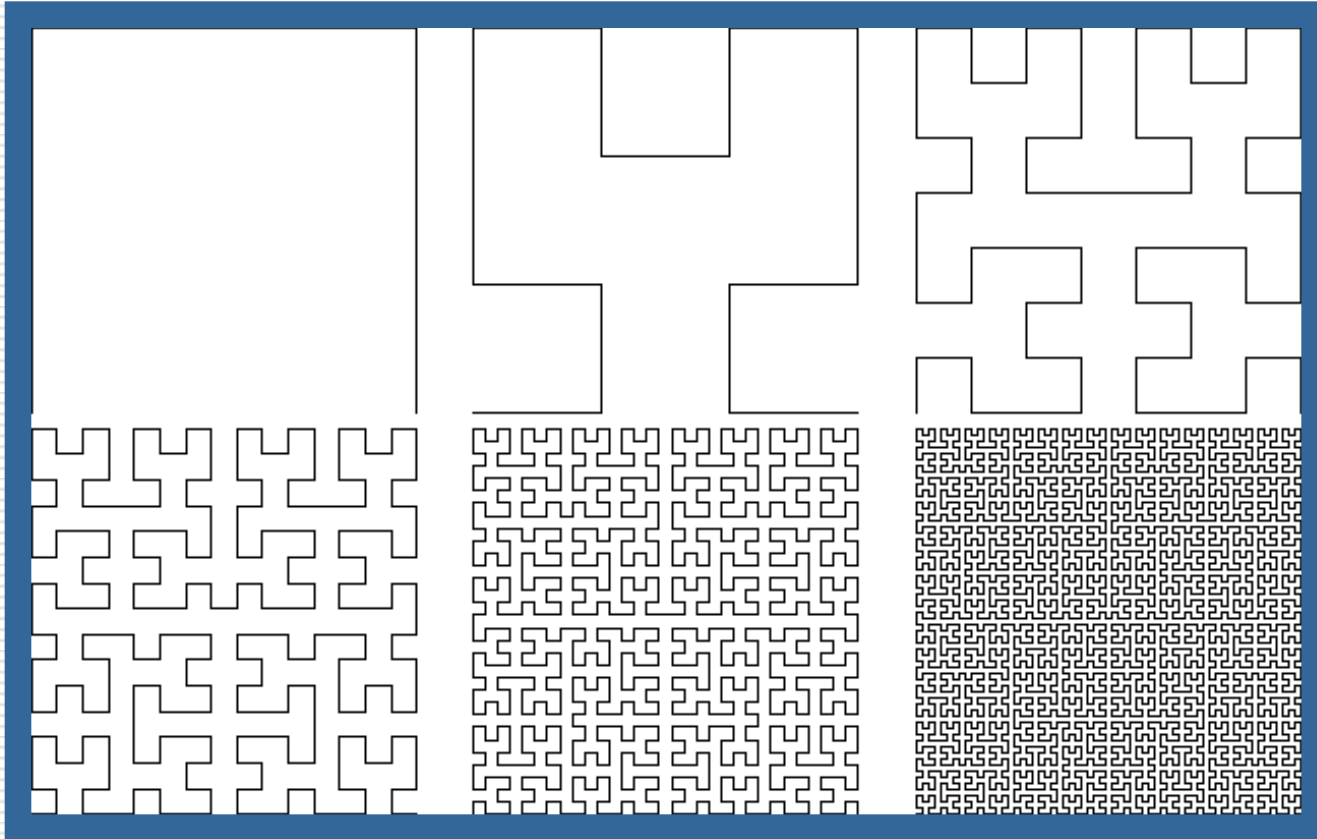
$$A = \{x, +\} \quad x = F \quad S = x + x + x + x \quad x = xx + x + x + x$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи – Хилбертова крива**

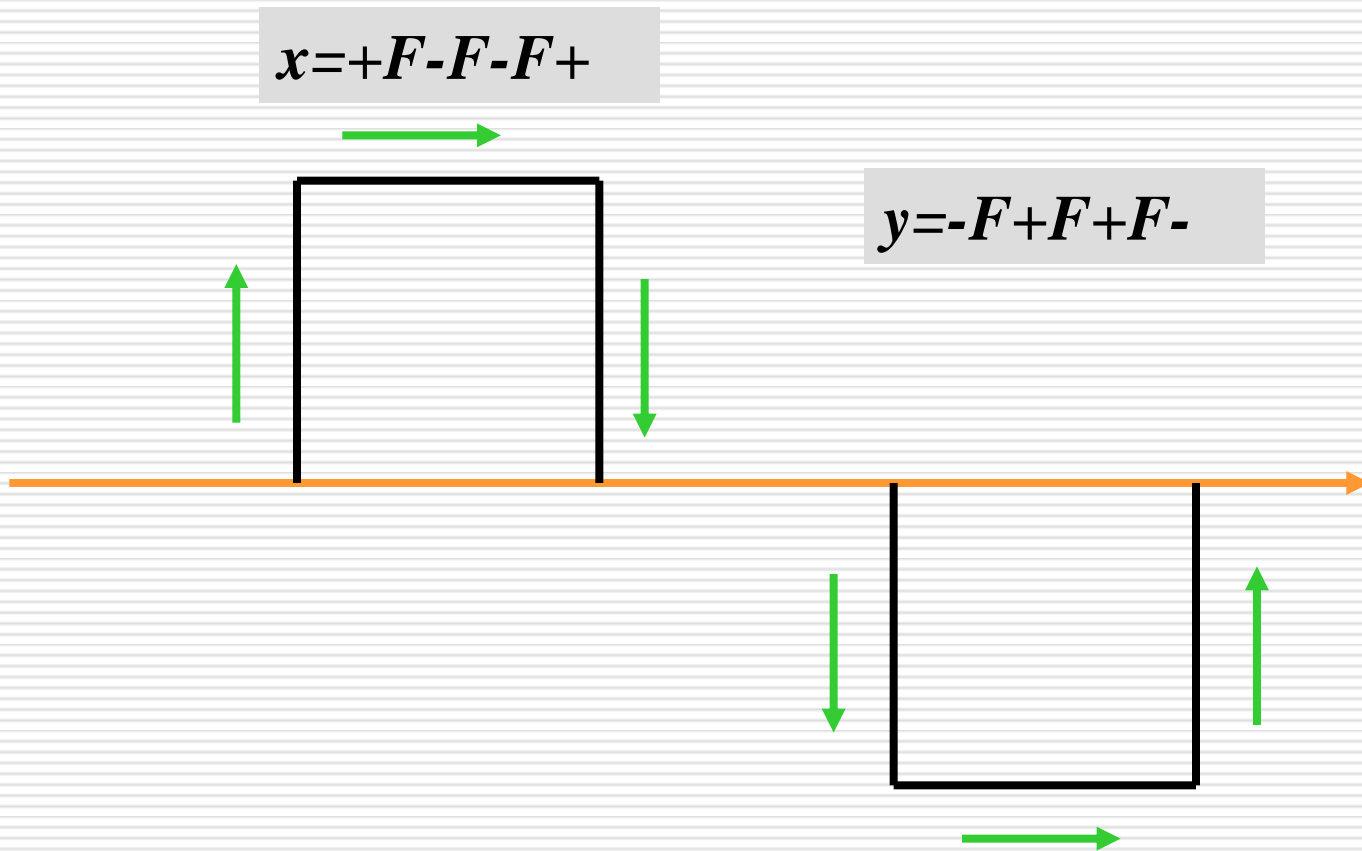
---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи – Хилбертова крива**

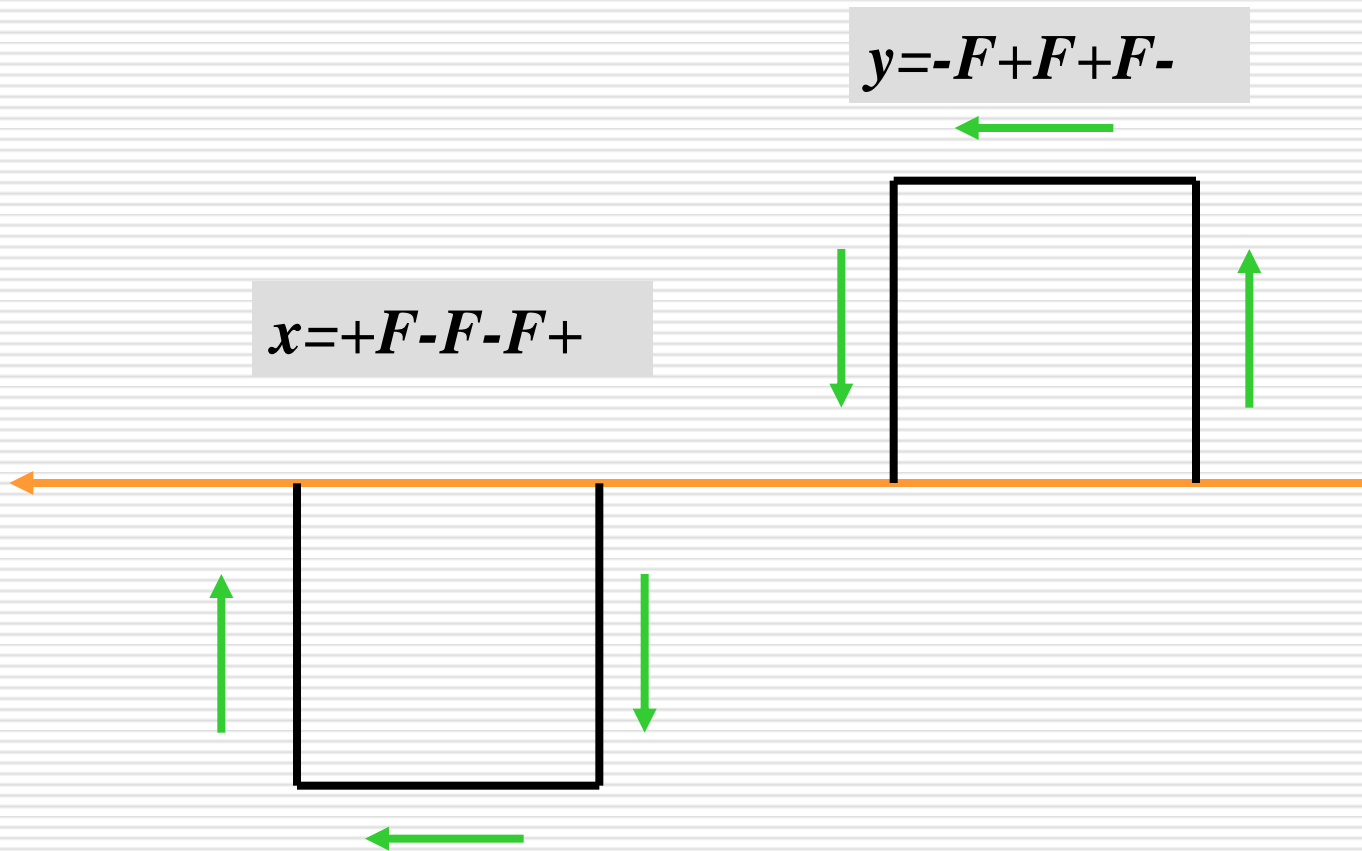
---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи – Хилбертова крива**

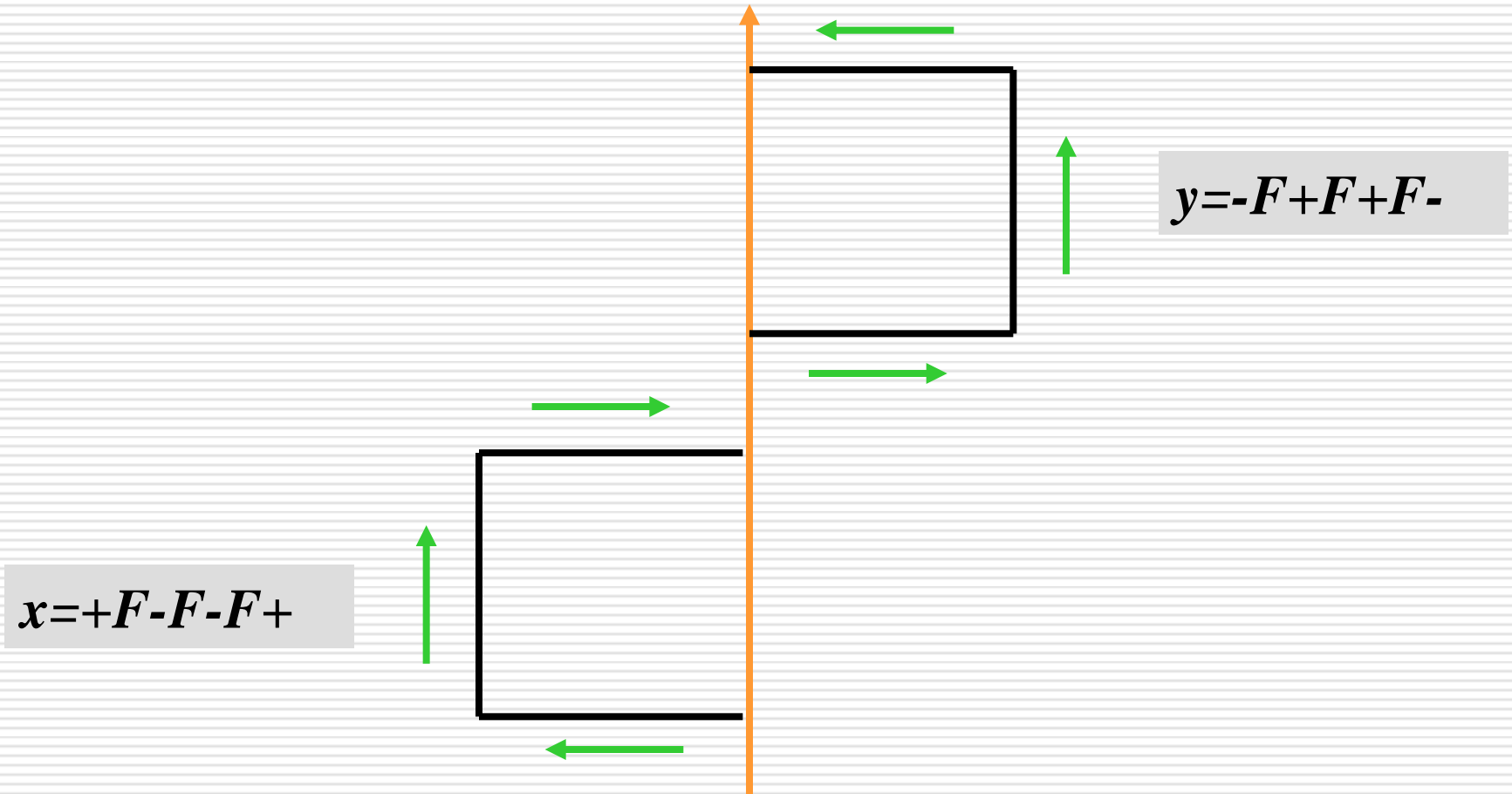
---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи – Хилбертова крива**

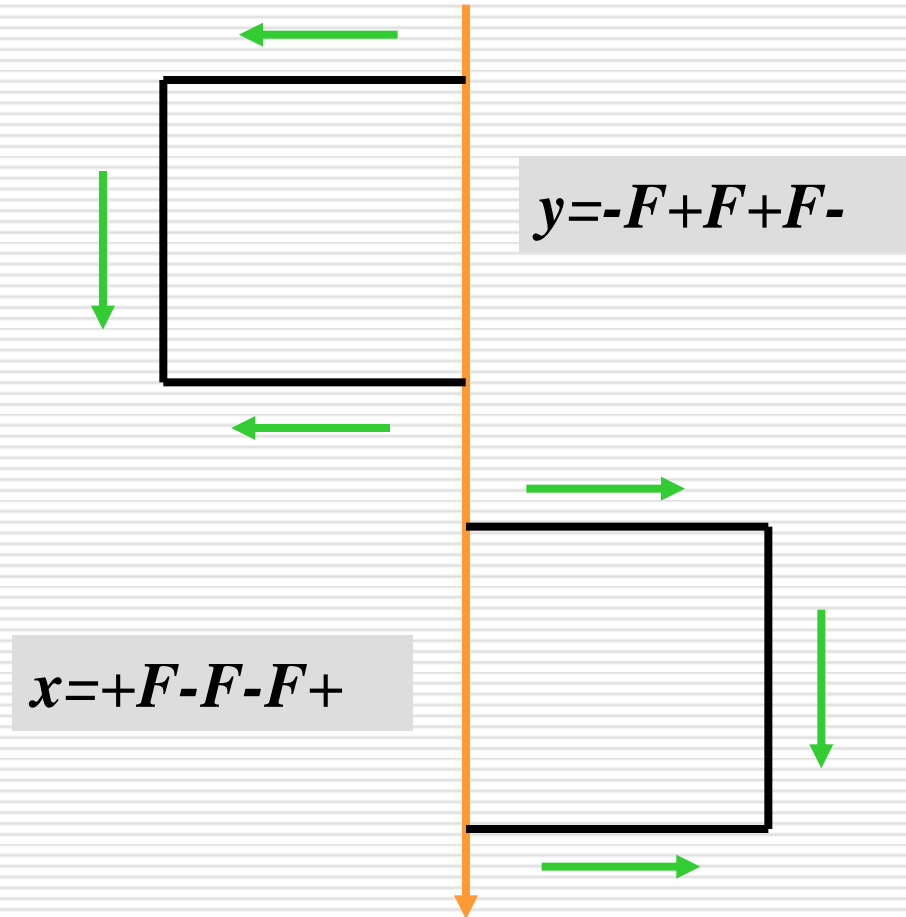
---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи – Хилбертова крива**

---





# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## *L*-системи – Хилбертова крива

$$x = +F - F - F +$$

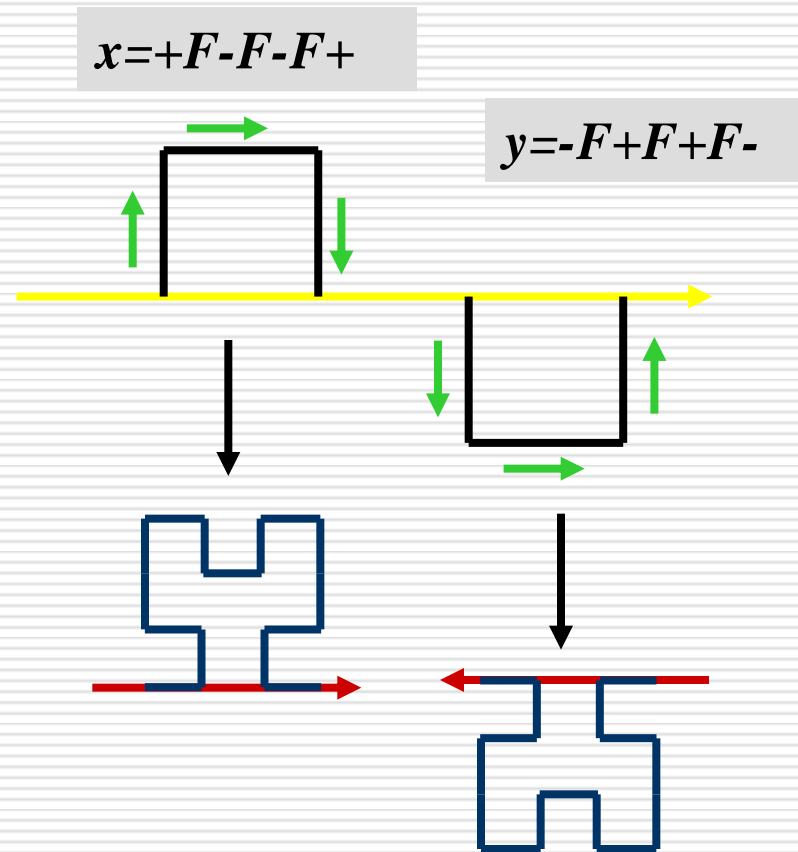
$$y = -F + F + F -$$

АКСИОМ:  $S = x$

ПРАВИЛА:

$$x = + y F - x F x - F y +$$

$$y = - x F + y F y + F x -$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи – Хилбертова крива**

$$x = +F - F - F +$$

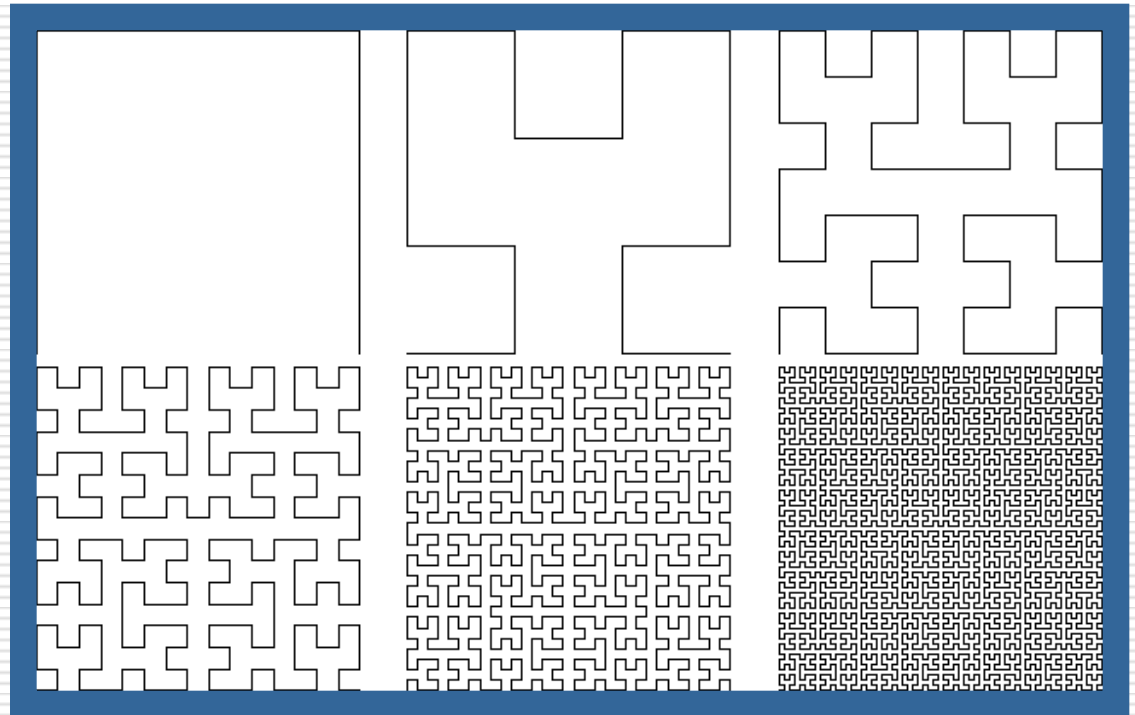
$$y = -F + F + F -$$

АКСИОМ:  $S = x$

ПРАВИЛА:

$$x = + y F - x F x - F y +$$

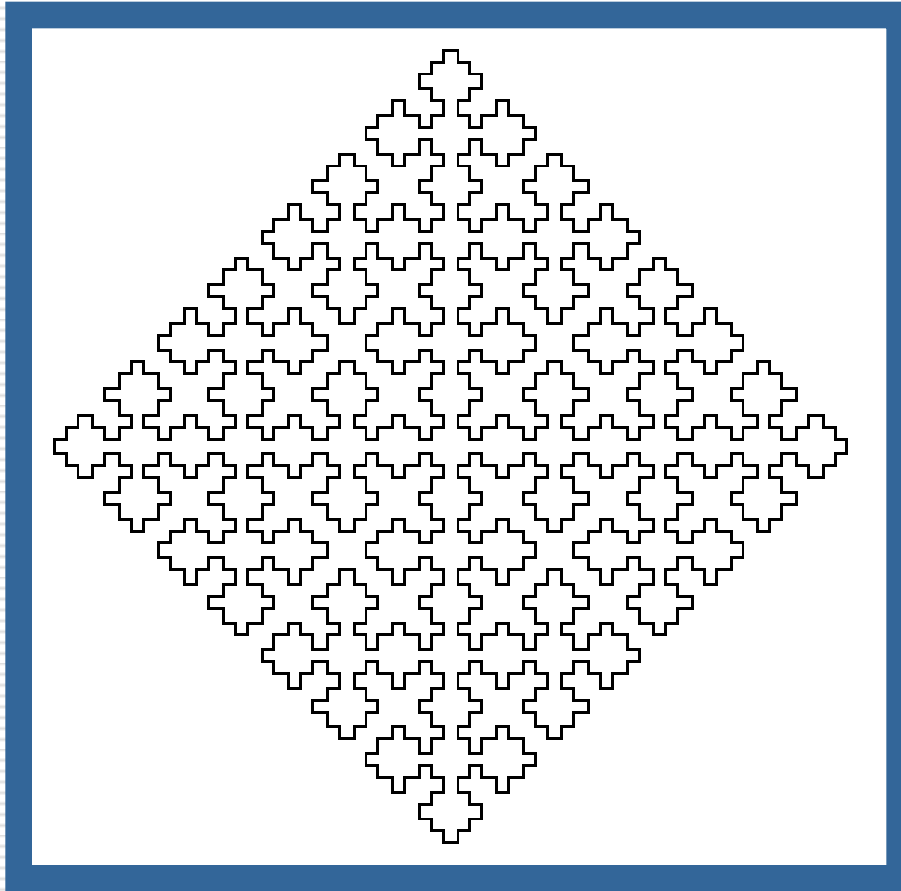
$$y = - x F + y F y + F x -$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - примери**

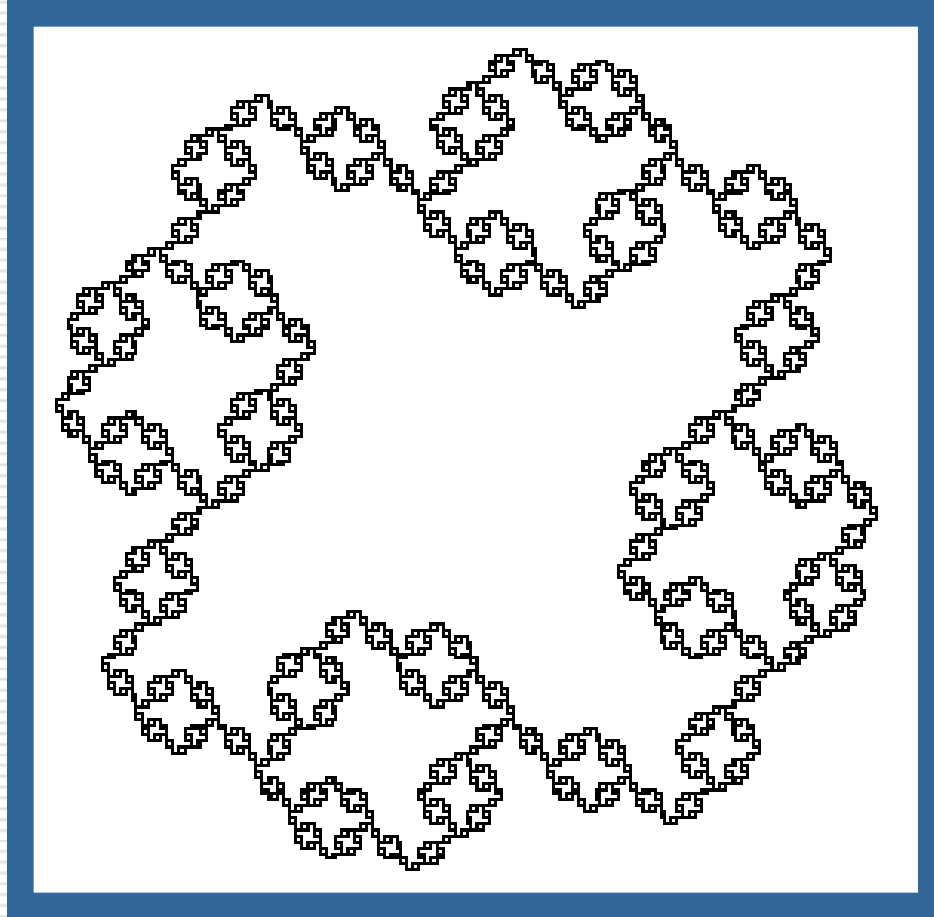
---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - примери**

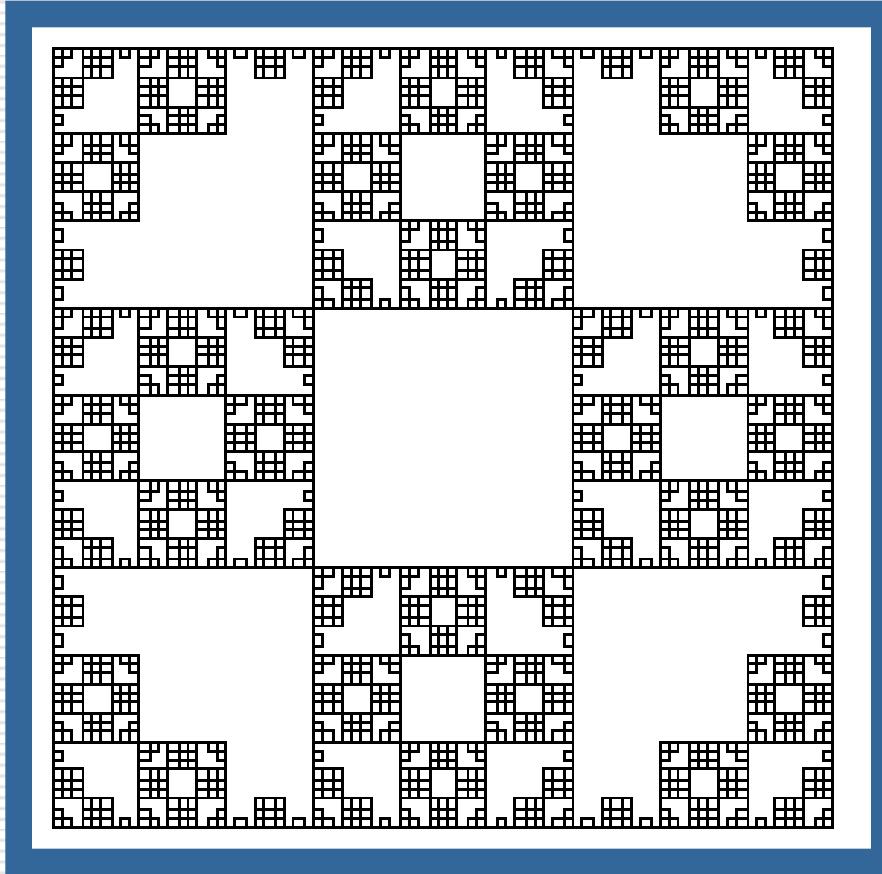
---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - примери**

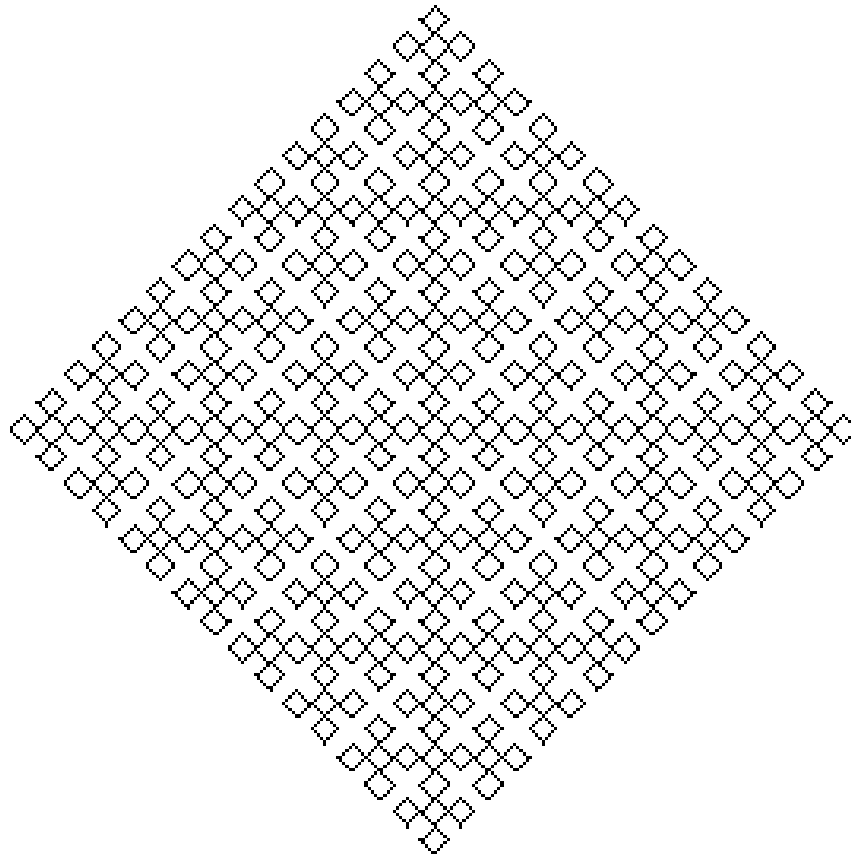
---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - примери**

---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## ***L*-системи - примери**

---

