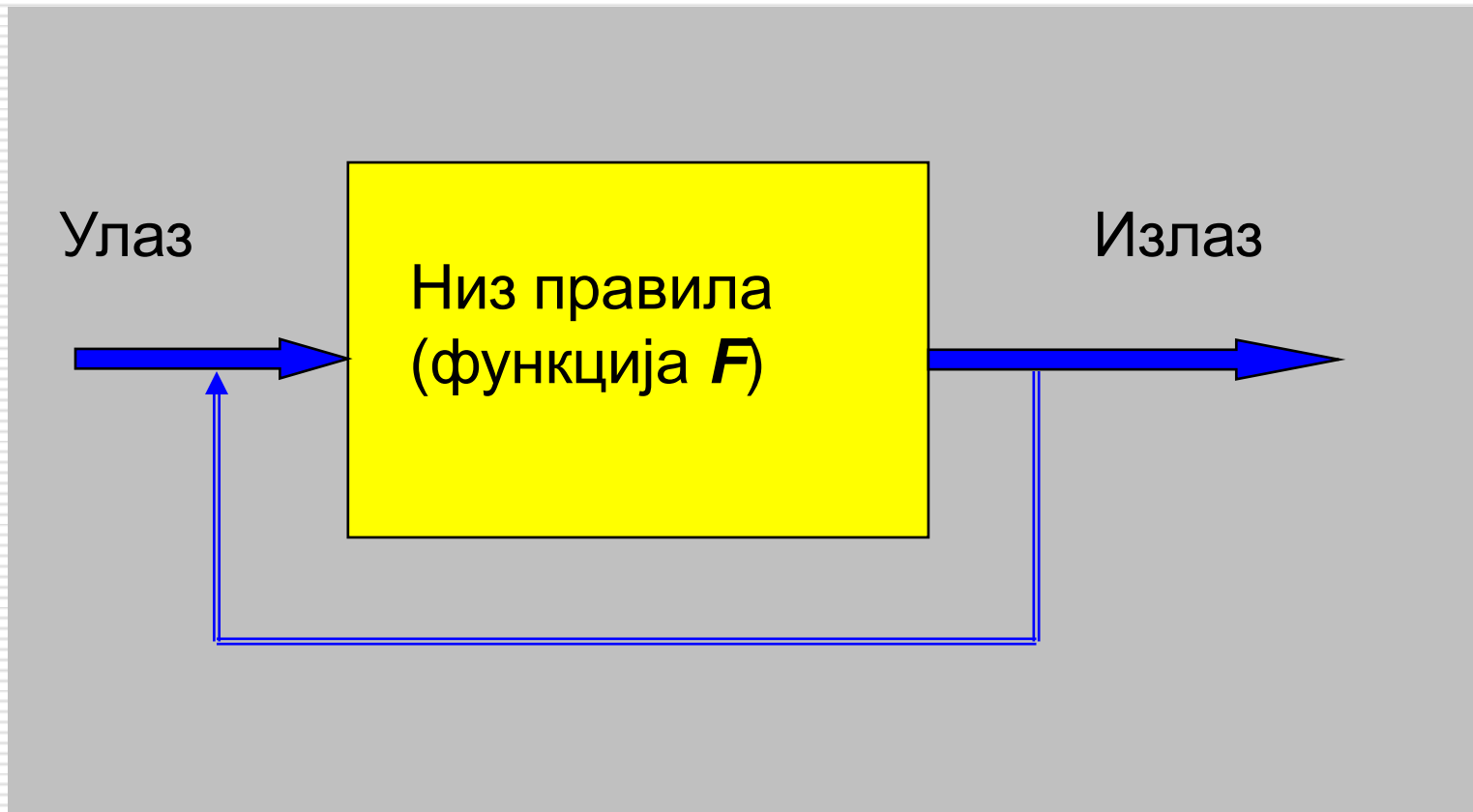


Фрактална геометрија и фрактали у архитектури функционални системи



Фрактална геометрија и фрактали у архитектури функционални системи

Функционални систем:

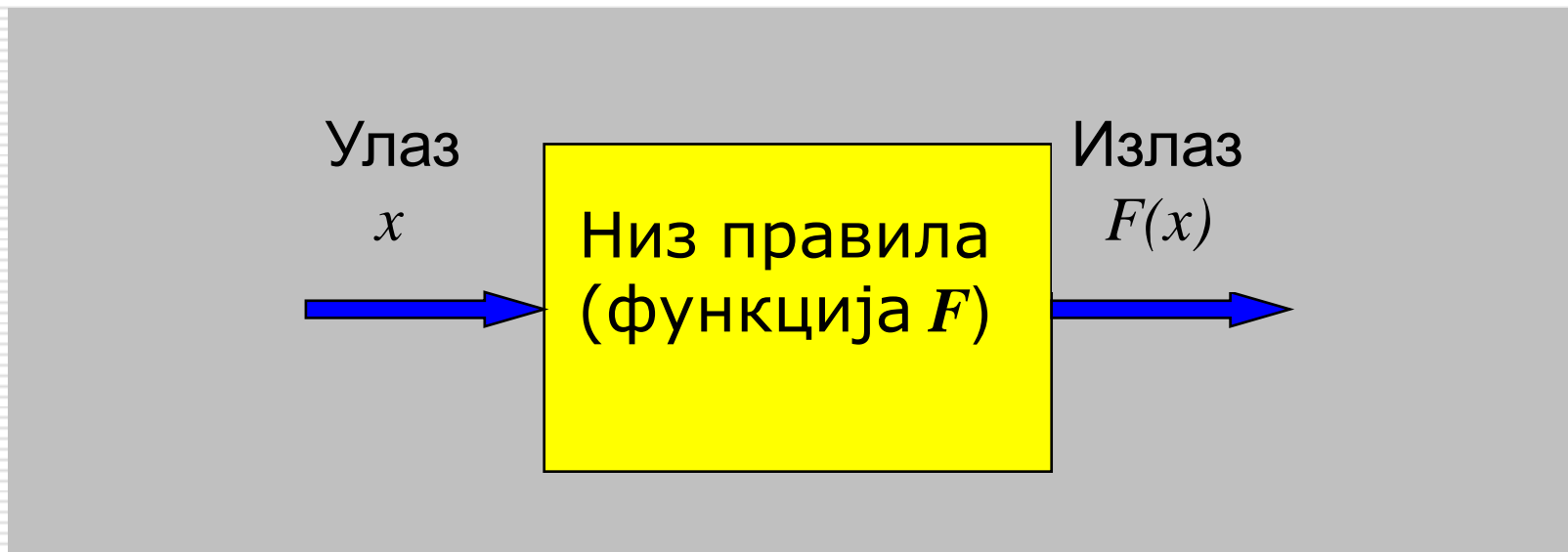


Функционални
систем:

На сваку од вредности "улаза"
делује низ правила (функција ***F***)
и даје одређени "излаз".

Фрактална геометрија и фрактали у архитектури функционални системи

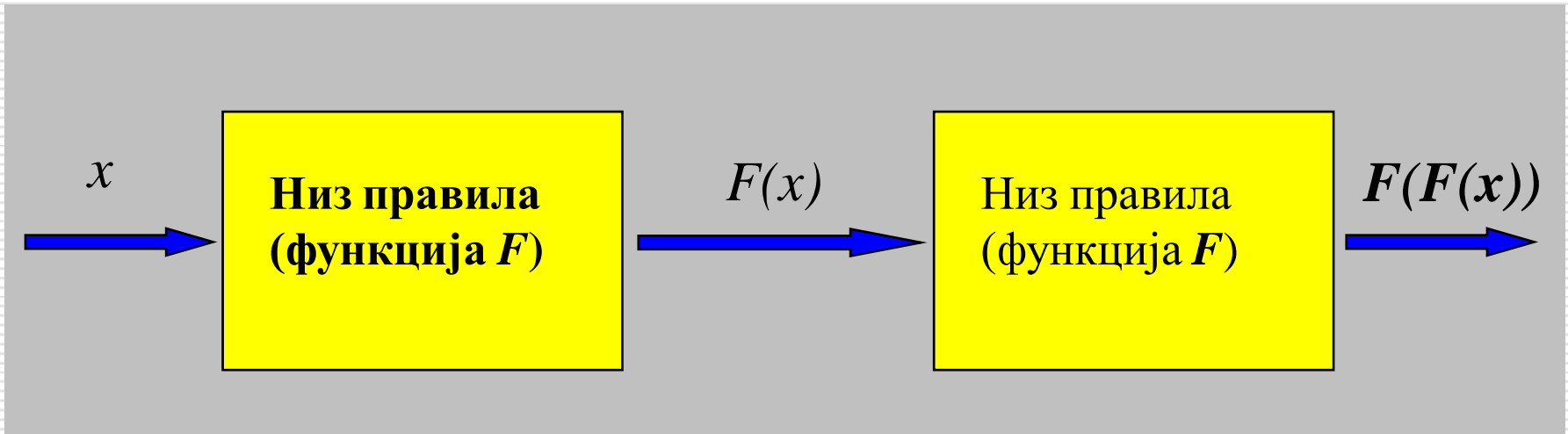
Функционални систем:



$$x \implies F(x)$$

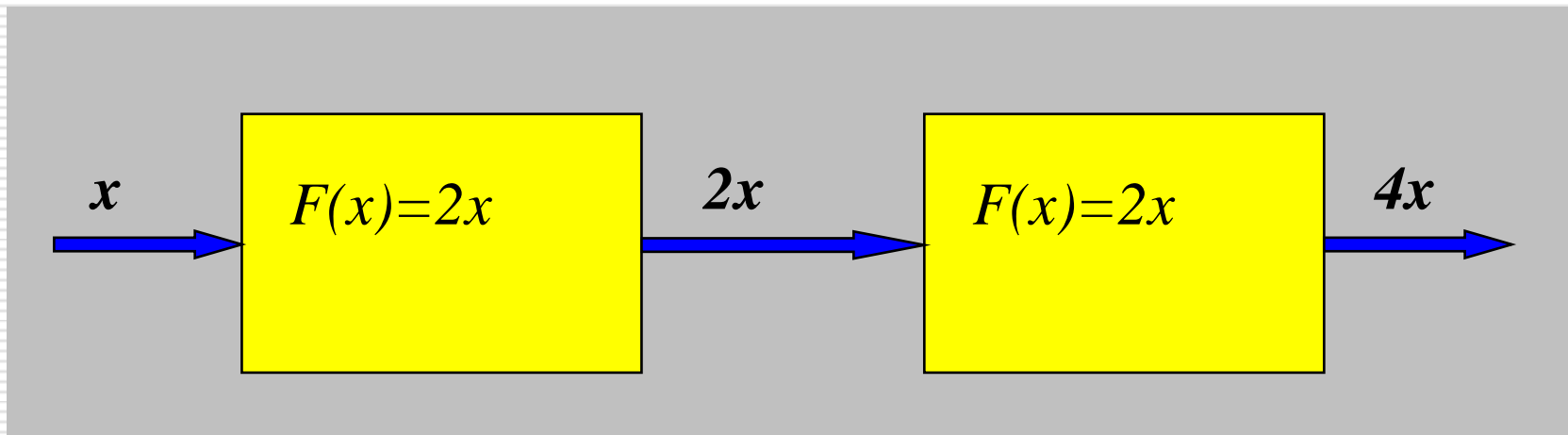
Фрактална геометрија и фрактали у архитектури функционални системи

Примена низа правила (функције ***F***)
на већ добијени излаз:



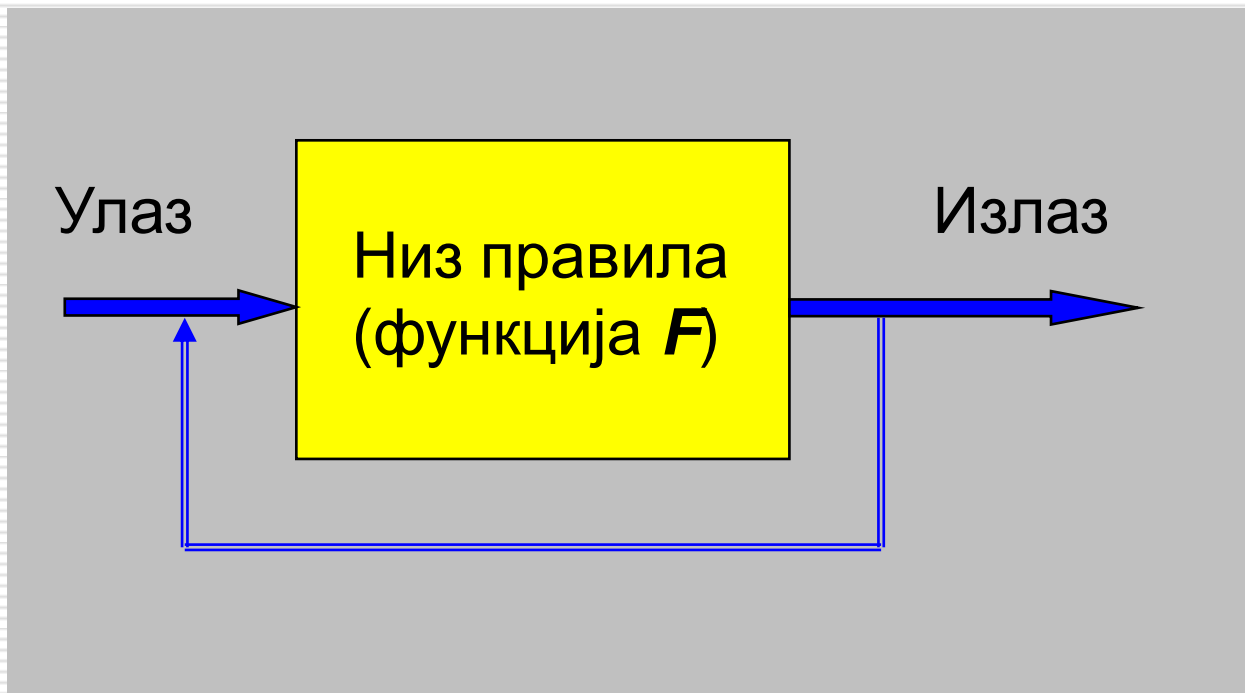
Фрактална геометрија и фрактали у архитектури функционални системи

Пример функције множења са 2:

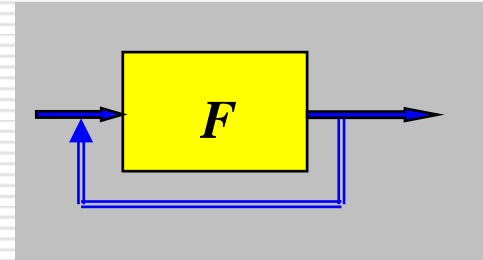


Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи

Итеративни функционални систем садржи повратну спрегу која обезбеђује примену низа правила (функције F) на већ добијени излаз.

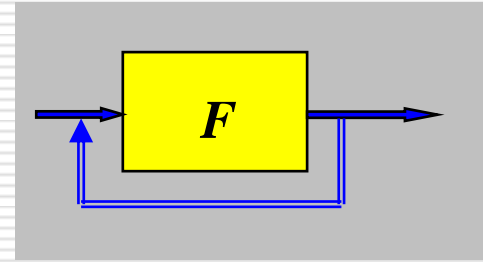


Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи



Излаз из функционалног система (прва итерација), преко повратне спреге, постаје његов нови улаз и процес се понавља т.ј. функција делује на тај нови улаз и даје нови излаз (друга итерација) који опет, преко повратне спреге, може да постане улаз. Број извршених циклуса, понављања назива се бројем извршених корака или бројем итерација.

Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи



Број итерација је унапред задат или се понављају све док није испуњен неки услов. Од броја итерација и од почетног стања (вредности почетног улаза) зависи коначна вредност излаза итеративног функционалног система. Овај излаз представља апроксимацију (бољу или лошију) граничног процеса бесконачног броја итерација остварених кроз замишљено бесконачно време.

Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи

Итерације

1. итерација

$$x \longrightarrow F(x)$$

2. итерација

$$F(x) \longrightarrow F(F(x))$$

3. итерација

$$F(F(x)) \longrightarrow F(F(F(x)))$$

.....

n-та итерација

$$\underbrace{F(F\dots(F(x))\dots)}_{n-1} \longrightarrow \underbrace{F(F\dots(F(x))\dots)}_n$$

n узастопних итерација:

$$x \longrightarrow \underbrace{F(F\dots(F(x))\dots)}_n$$

Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи

Табеларни приказ n узастопних итерација
на примеру функције множења са 2:

број итерација	1	2	3	4	5	...	n
Улаз	x	$2x$	$4x$	$8x$	$16x$...	$2^{n-1} x$
Излаз	$2x$	$4x$	$8x$	$16x$	$32x$...	$2^n x$

Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи у геометрији равни и простора

иницијатор и генератор

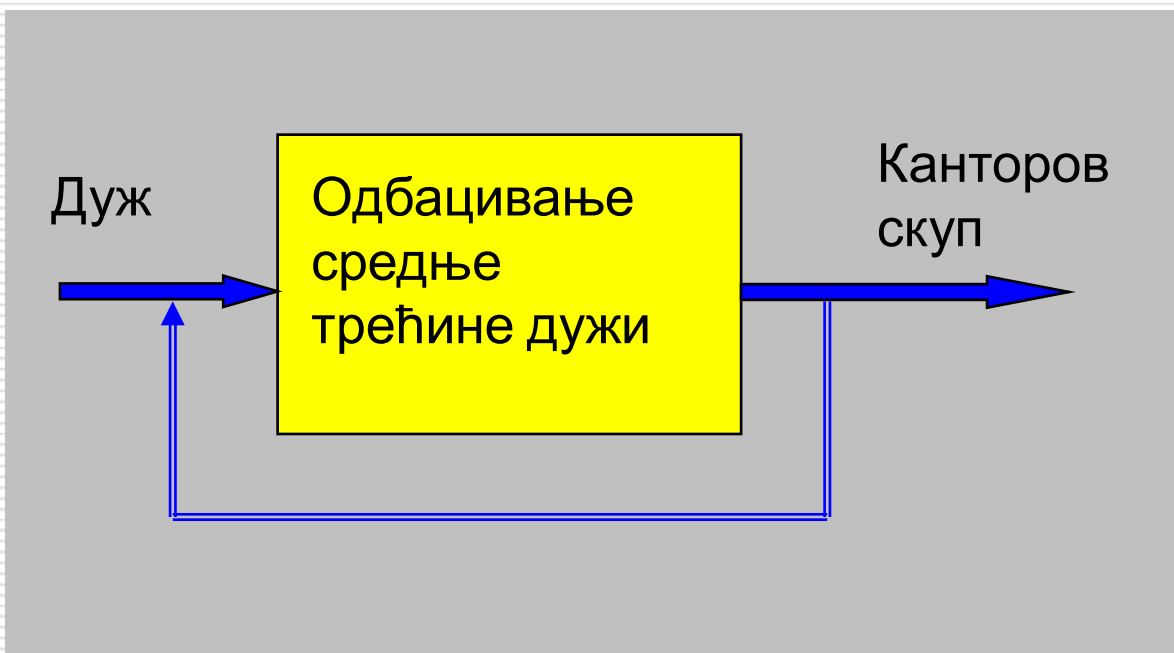
У геометрији равни или простора улаз у функционални систем је геометријски облик, а излаз нека његова, функционалним системом дефинисана, афина трансформација. Уобичајен назив за улаз (почетно стање) је иницијатор, а за излаз генератор. Трансформацијом (пресликавањем), иницијатора у генератор одређен је функционални систем, правила у оквиру тог система и, самим тим, излаз после сваке итерације.

Коначни излаз (добити графички приказ) зависи од броја итерација, иницијатора (почетног стања) и генератора.

Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи у геометрији равни и простора

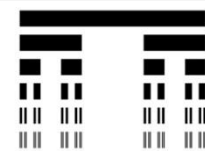
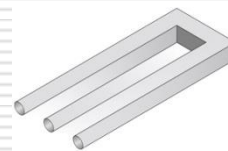


Канторов скуп



У граничном процесу (бесконечно много итерација) настаје Канторов скуп. Извршен коначан већи број итерација, графички, довољно добро илуструје тај скуп.

Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи у геометрији равни и простора



Канторов скуп



иницијатор



генератор

Трансформације иницијатора у генератор:

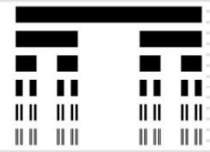
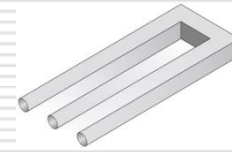
$$T_1: x \Rightarrow 1/3 x \quad (\text{скалирање})$$

$$T_2: x \Rightarrow 1/3 x + 2/3$$

(скалирање+транслација)

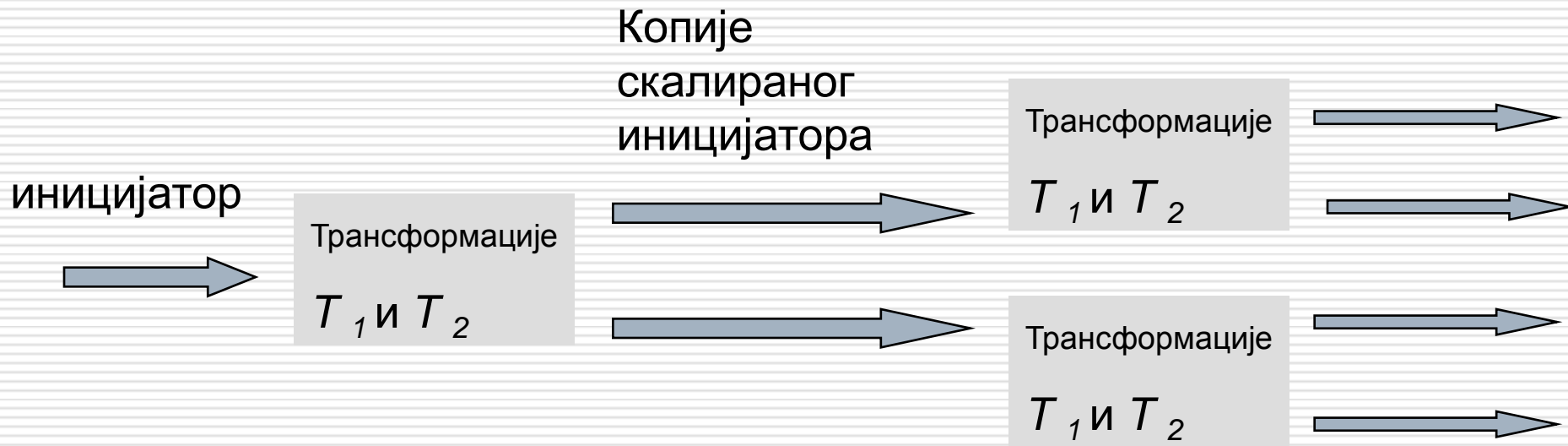
Трансформацијама T_1 и T_2 настају две копије скалираног иницијатора (са фактором скалирања $1/3$) постављене у одређени положај.

Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи у геометрији равни и простора

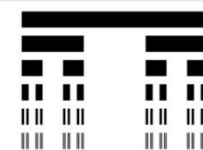
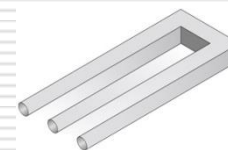


Канторов скуп

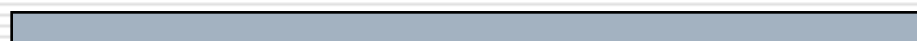
У следећој итерацији, на сваку од скалираних копија иницијатора делује систем истовремено...



Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи у геометрији равни и простора



Настаје Канторов скуп



иницијатор (почетно стање)



генератор (прва итерација)



друга итерација



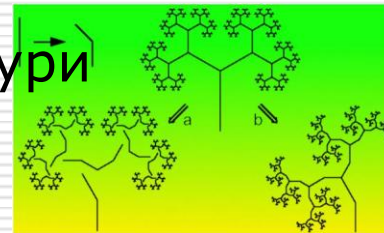
трећа итерација



четврта итерација

и.т.д.

Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи у геометрији равни и простора



Пример

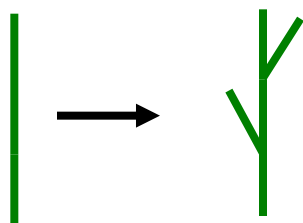


Свака од 5 скалираних копија иницијатора је једна од 5 афиних трансформација T_1, T_2, \dots, T_5 .

Задатак: Размотрити сваку од трансформација и формирати математичке изразе трансформација координата.

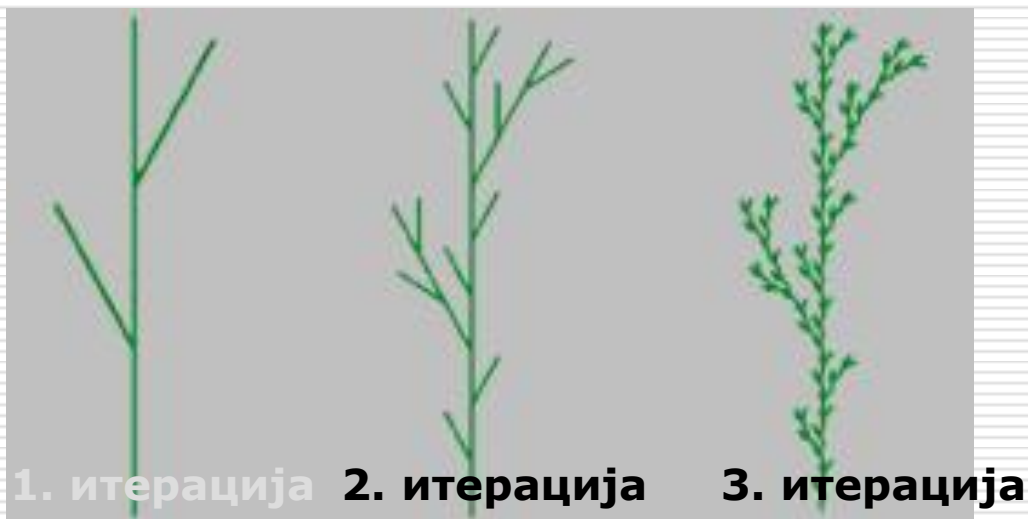
Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи у геометрији равни и простора

Пример:



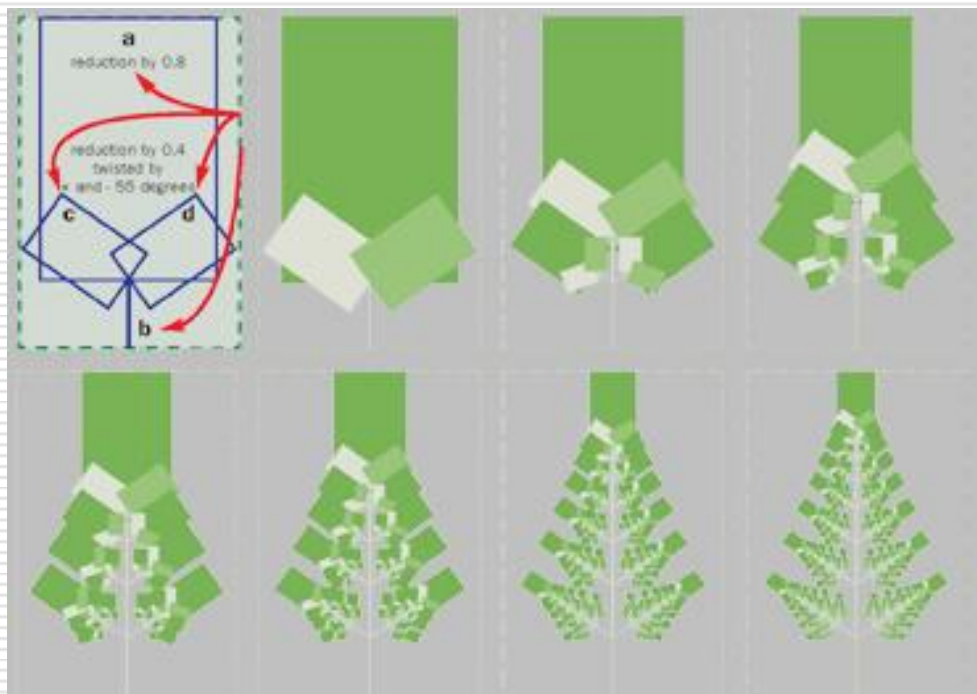
У другој итерацији, свака од 5 скалираних копија иницијатора преузима улогу новог иницијатора и поступак се понавља...

Добија се редом:



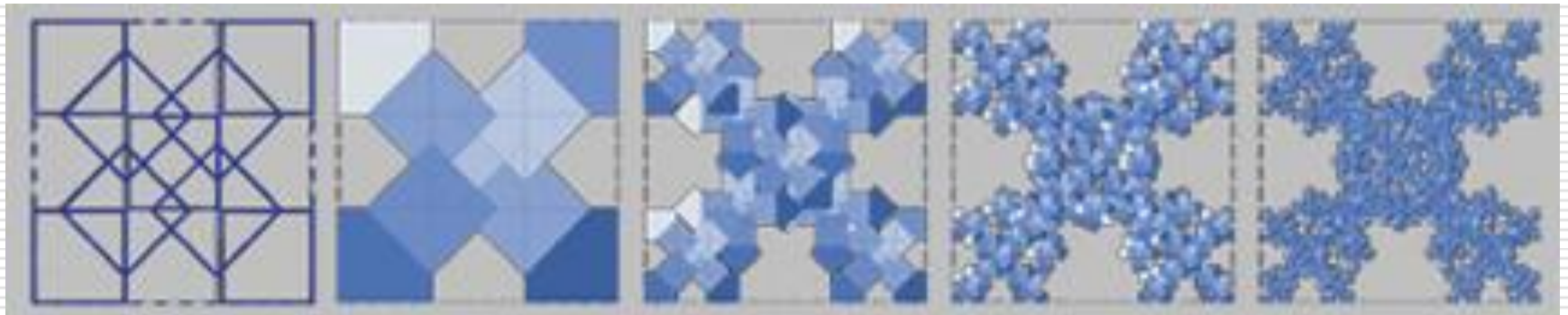
Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи у геометрији равни и простора

Примери итеративних функционалних система у геометрији равни



Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи у геометрији равни и простора

Примери итеративних функционалних система у геометрији равни



Фрактална геометрија и фрактали у архитектури итеративни функционални системи у геометрији равни и простора

Примери итеративних функционалних система у геометрији равни

