

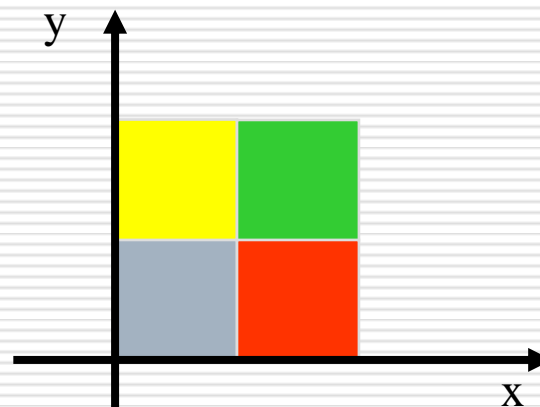
# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Геометријске трансформације у равни

---

Основне геометријске трансформације су

скалирање,  
рефлексија,  
ротација и  
транслација.



$$r = 1.0 \quad s = 1.0$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Геометријске трансформације **скалирање**

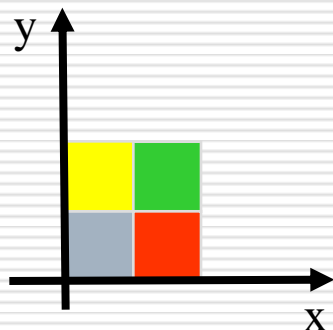
$r$  - фактор скалирања у правцу  $x$ -осе ( $x \Rightarrow rx$ )

$s$  - фактор скалирања у правцу  $y$ -осе ( $y \Rightarrow sy$ )

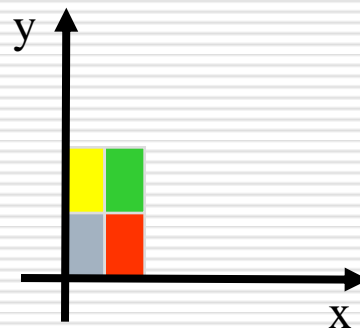
$$M(x, y) \Longrightarrow M'(xr, ys)$$



$$r = 1 \quad s = 1$$

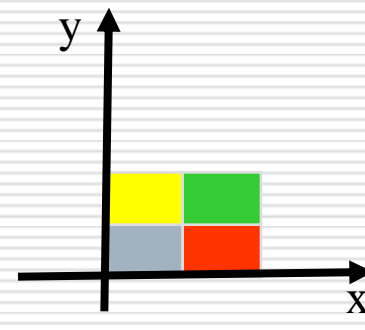


$$r = s$$



$$r \neq s$$

$$r < s$$



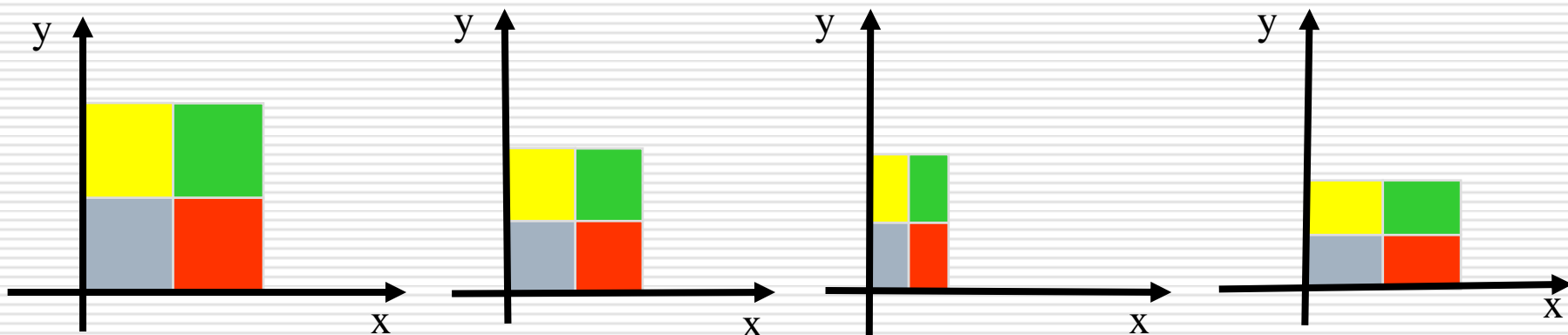
$$r \neq s$$

$$r > s$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Геометријске трансформације **скалирање**

$$M(x, y) \longrightarrow M'(xr, ys)$$



$$r = 1 \quad s = 1$$

$$r = s$$

$$r \neq s$$

$$r \neq s$$

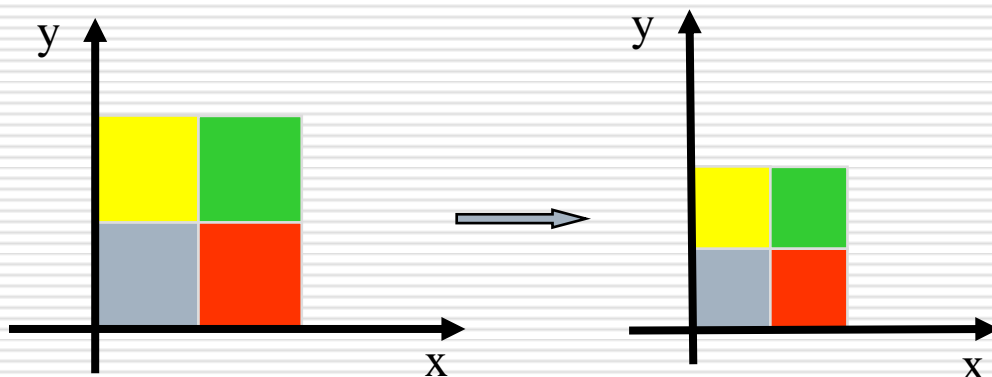
Униформно скалирање  
(Scale)

Неуниформно скалирање  
(Stretch)

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Геометријске трансформације **скалирање**

---



$$r = 1 \quad s = 1$$

$$r = s$$

Униформно скалирање  
(Scale)

Униформно  
скалирање (Scale)  
производи **сличне**  
геометријске фигуре.

Сличност је битна  
особина униформног  
скалирања.

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Геометријске трансформације **скалирање**

---

$r$  - фактор скалирања у правцу  $x$ -осе ( $x \Rightarrow rx$ )

$s$  - фактор скалирања у правцу  $y$ -осе ( $y \Rightarrow sy$ )



$$r = 1 \quad s = 1$$



$$r \neq s$$

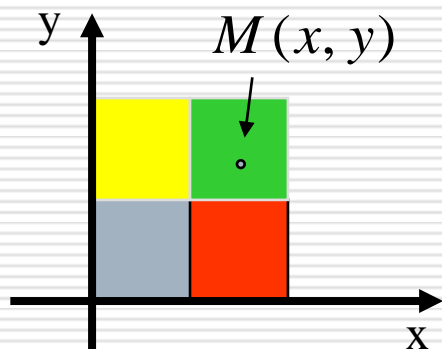
Неуниформно скалирање (**Stretch**  $r \neq s$  )  
не производи сличност.

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

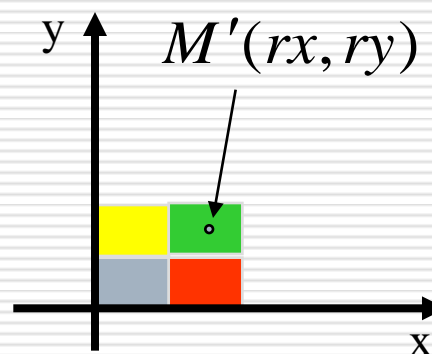
## Геометријске трансформације **скалирање**

$r$  - фактор скалирања у правцу  $x$ -осе ( $x \Rightarrow rx$ )

$s$  - фактор скалирања у правцу  $y$ -осе ( $y \Rightarrow sy$ )



$$r = 1 \quad s = 1$$

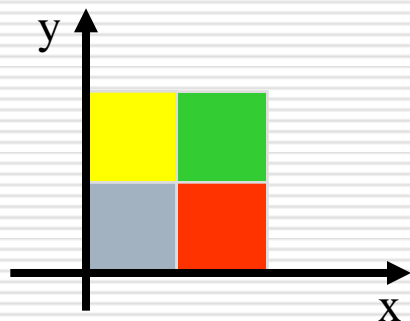


$$r \neq s$$

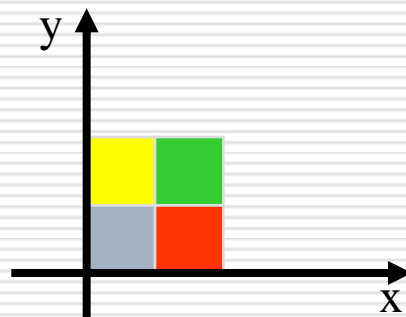
$$M(x, y) \Rightarrow M'(rx, sy)$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Геометријске трансформације **скалирање**



$$r = 1.0 \quad s = 1.0$$



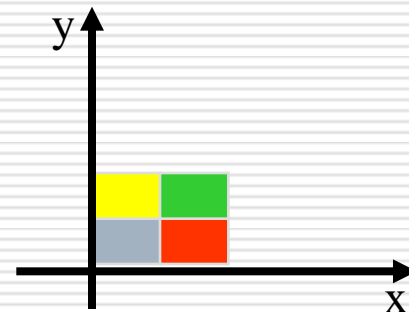
$$r = 0.75 \quad s = 0.75$$

Координатни почетак  
је непокретна тачка  
сваке трансформације  
скалирања:

$$O(0,0) \implies O(0,0)$$



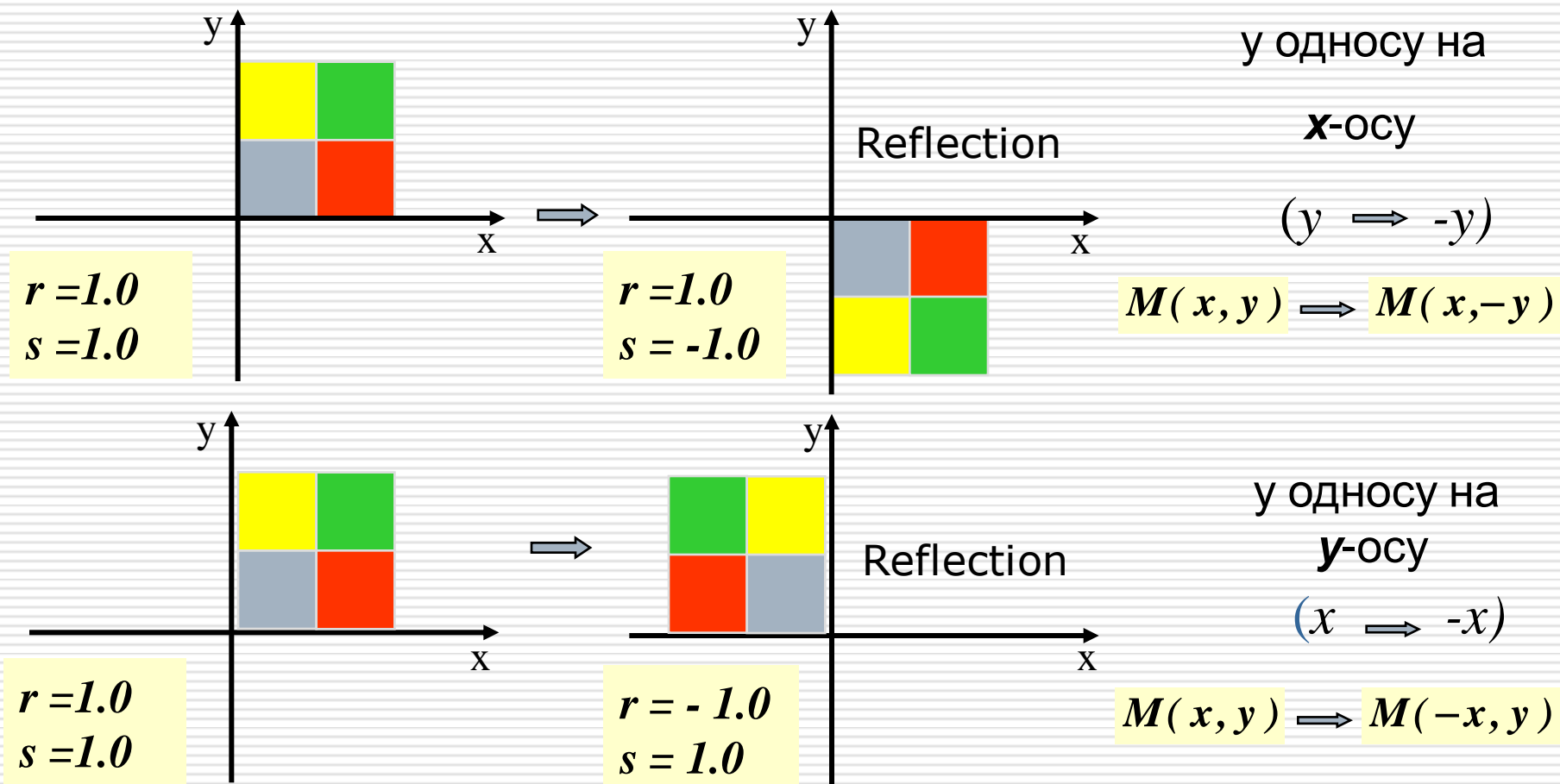
$$r = 1.0 \quad s = 1.0$$



$$r = 0.75 \quad s = 0.5$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

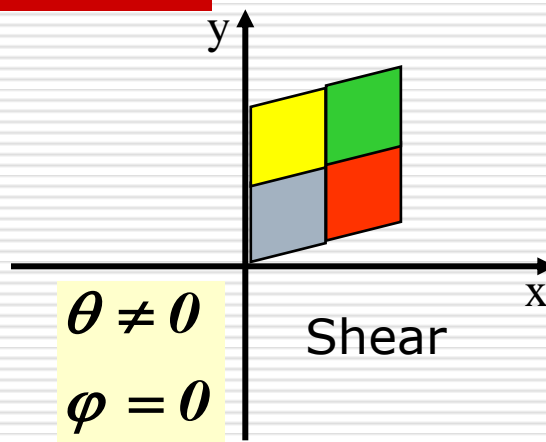
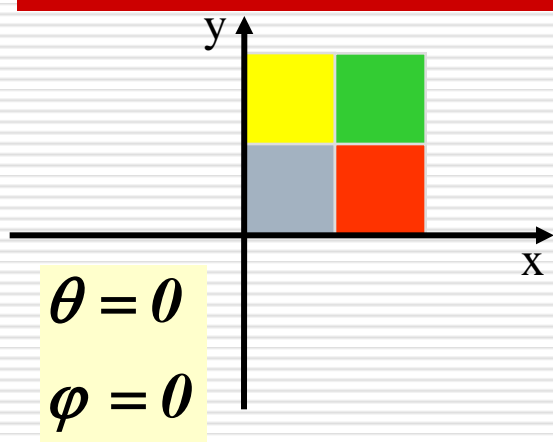
## Геометријске трансформације **рефлексција**



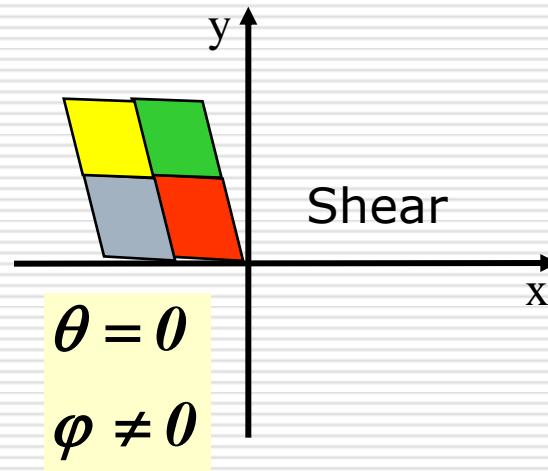
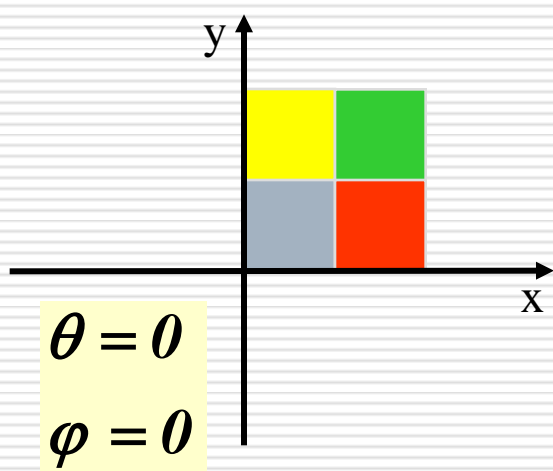


# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Геометријске трансформације **ротација**



ротација  
хоризонталних  
линија  
за угао  $\theta$

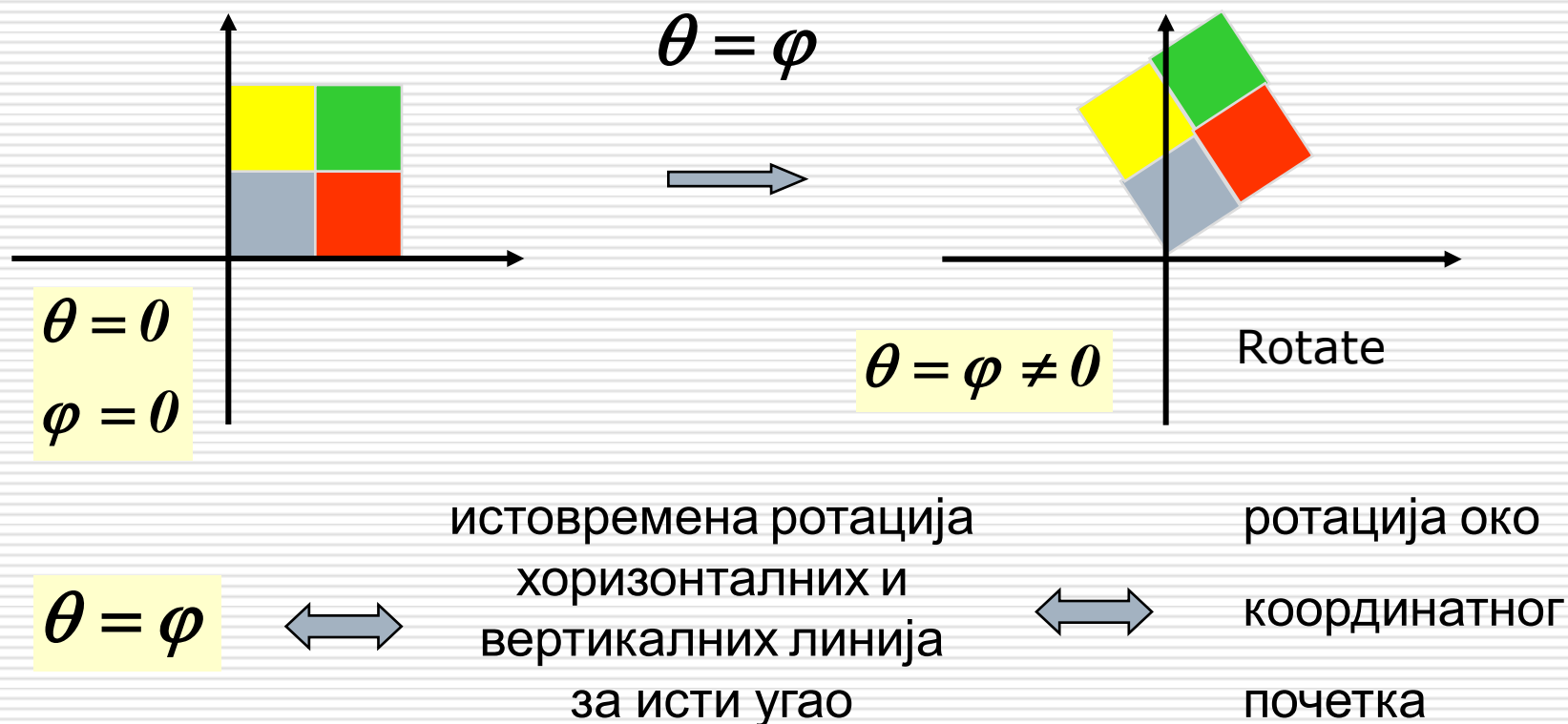


ротација  
вертикалних  
линија  
за угао  $\varphi$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

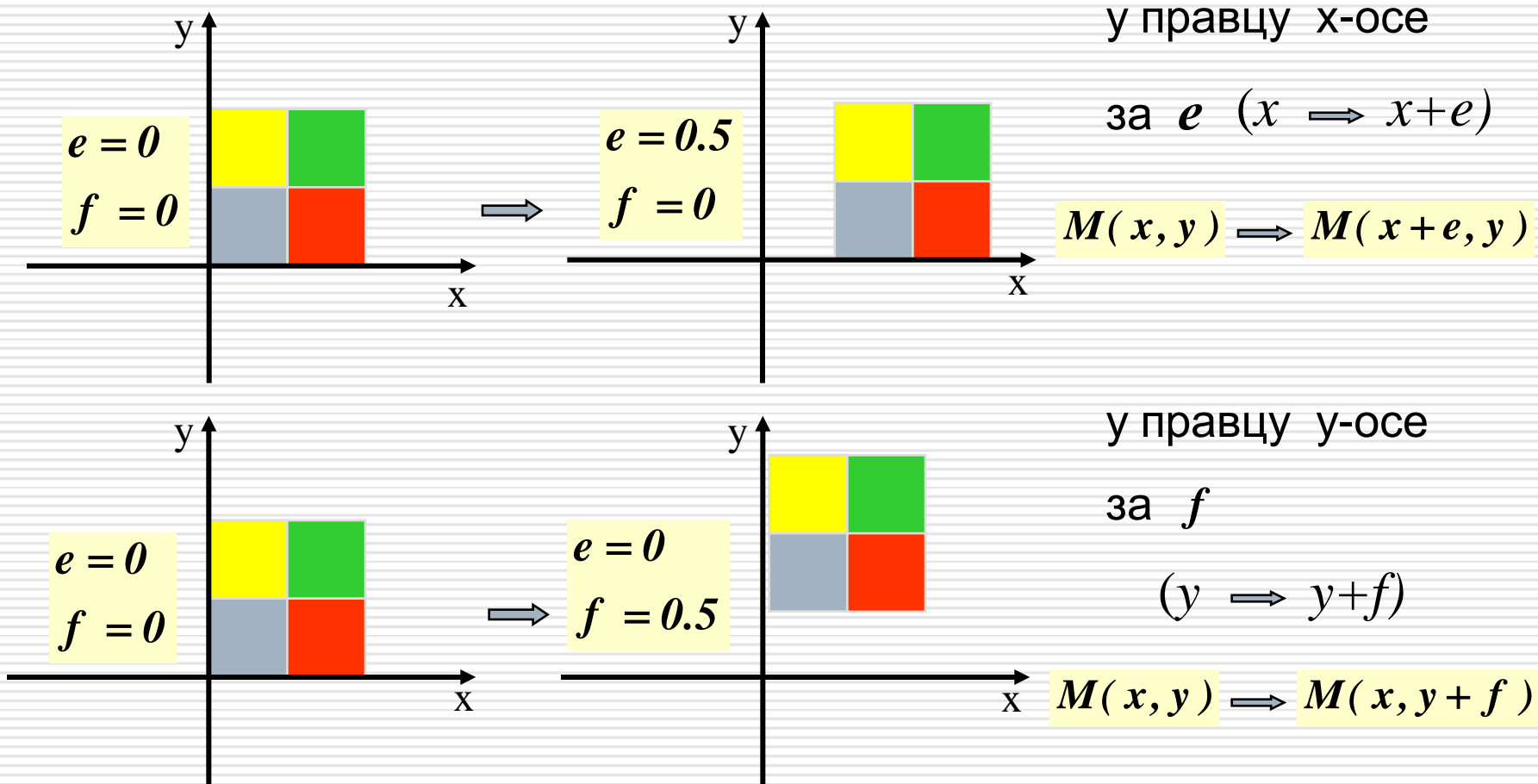
## Геометријске трансформације **ротација**

---



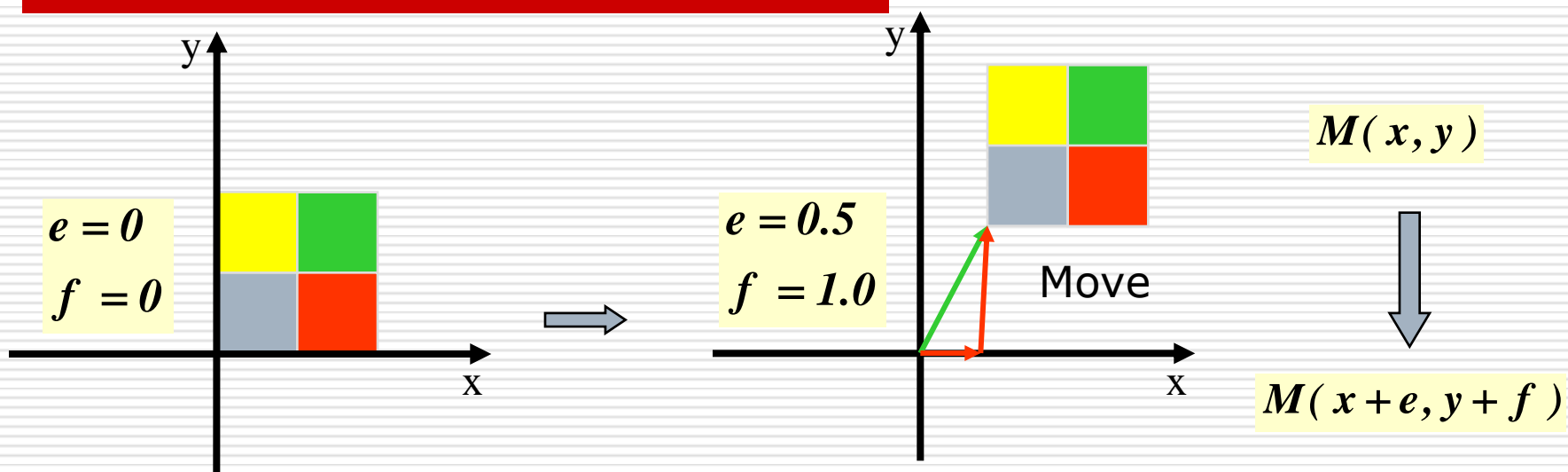
# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Геометријске трансформације **транслација**

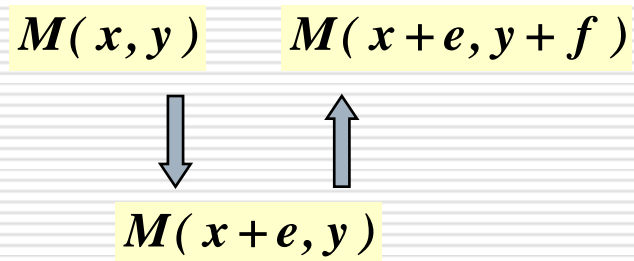


# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Геометријске трансформације **транслација**



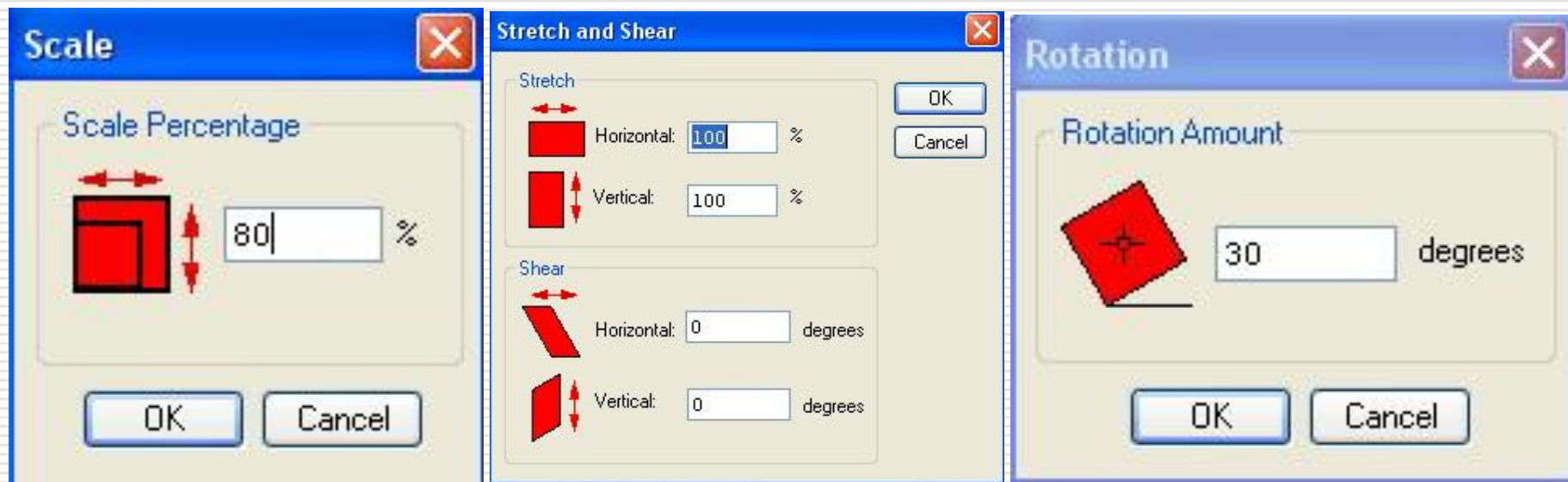
Свака транслација је композиција  
транслације у правцу x-осе и  
транслације у правцу y-осе



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Геометријске трансформације

---



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

---

Скалирање, рефлексија, ротација и транслација су афине трансформације.

Композиција скалирања, рефлексије, ротације и транслације, или неких од њих, у било ком поретку, је афина трансформација.

Афине трансформације одржавају колинеарност и односе растојања између тачака.

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

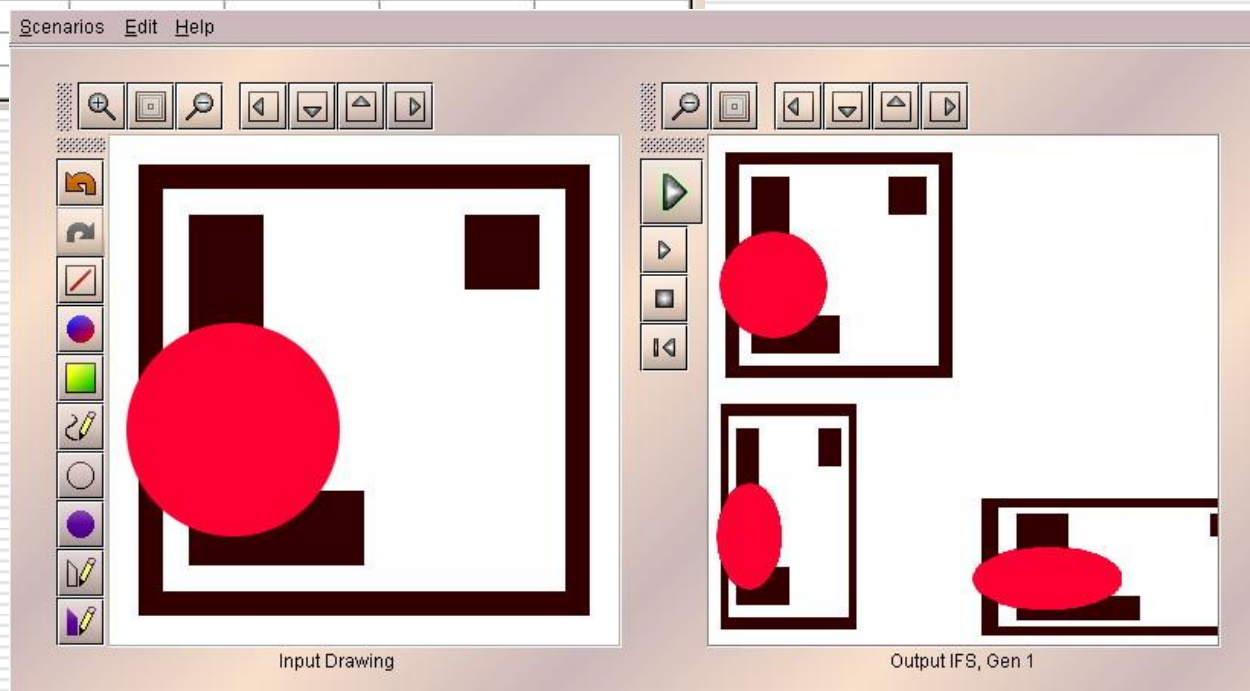
The screenshot displays the 'Affine Transforms' software interface. At the top, a table lists seven affine transformations with parameters r, s, theta, phi, e, and f. Below the table are 'OK' and 'Cancel' buttons. The main interface is divided into two panels: 'Input Drawing' on the left and 'Output IFS, Gen 1' on the right. The 'Input Drawing' panel shows a large 'L' shape and a small square. The 'Output IFS, Gen 1' panel shows the result of applying the transformations, resulting in a fractal structure consisting of three 'L' shapes and one small square, arranged in a 2x2 grid pattern. The software includes various toolbars for navigation and editing.

Transform #	r	s	theta	phi	e	f
1	0,5	0,5	0	0	0	0
2	0,5	0,5	0	0	0,5	0
3	0,5	0,5	0	0	0	0,5
4						
5						
6						
7						

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

Transform #	r	s	theta	phi	e	f
1	0,3	0,5	0	0	0	0
2	0,7	0,3	0	0	0,5	0
3	0,5	0,5	0	0	0	0,5
4						
5						
6						
7						





# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

The screenshot displays the 'Affine Transforms' software interface. At the top, a table lists the parameters for eight different affine transformations. Below the table, there are two drawing windows. The left window, labeled 'Input Drawing', shows a dark brown L-shaped frame with a red circle and a green triangle inside. The right window, labeled 'Output IFS, Gen 1', shows the result of applying these transformations, resulting in a complex fractal structure composed of multiple copies of the input drawing, each scaled and rotated according to the parameters in the table.

Transform #	r	s	theta	phi	e	f
1	0,333	0,333	0	0	0	0
2	0,333	0,333	60	60	0,333	0
3	0,333	0,333	-60	-60	0,5	0,289
4	0,333	0,333	0	0	0,667	0
5						
6						
7						
8						

Input Drawing

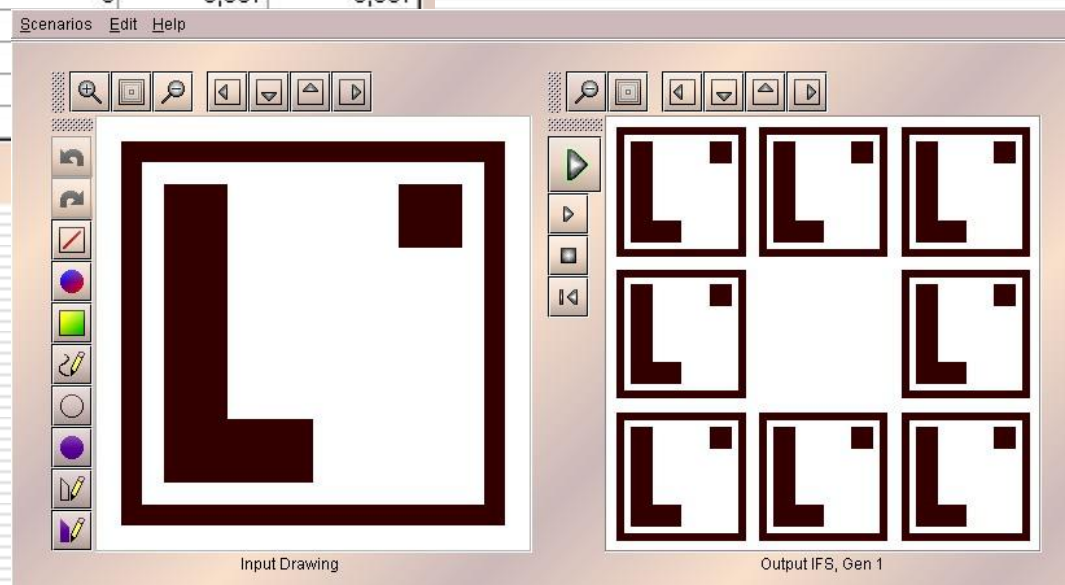
Output IFS, Gen 1

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

Transform #	r	s	theta	phi	e	f
1	0,333	0,333	0	0	0	0
2	0,333	0,333	0	0	0,333	0
3	0,333	0,333	0	0	0,667	0
4	0,333	0,333	0	0	0	0,333
5	0,333	0,333	0	0	0,667	0,333
6	0,333	0,333	0	0	0	0,667
7	0,333	0,333	0	0	0,333	0,667
8	0,333	0,333	0	0	0,667	0,667
9						
10						
11						
12						

OK Cancel



<http://classes.yale.edu/fractals/>

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

$$M(x, y) \rightarrow M'(x, y)$$

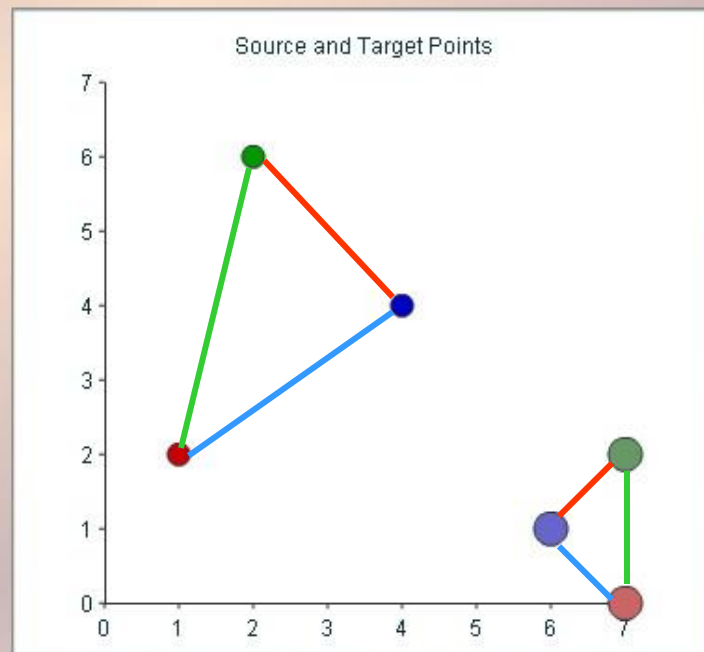
Get points here, and the transform target.

Source Points

	x	y
●	1	2
●	2	6
●	4	4

Target Points

	u	v
●	7	0
●	7	2
●	6	1



r	s	theta	phi	e	f
-0.4	0.51	206.565	-11.31	7.2	-1

by Michael Frame and Ginger Booth, Copyright (c) 2004 Yale University

$$x' = xr \cos \theta - ys \sin \varphi + e$$

$$y' = xr \sin \theta + ys \cos \varphi + f$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни - матрична формулација

---

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} r \cos \theta & -s \sin \varphi \\ r \sin \theta & s \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

$r$  --- фактор скалирања у правцу  $x$ -осе

$s$  --- фактор скалирања у правцу  $y$ -осе

$\theta$  -- угао ротације хоризонталних линија

$\varphi$  -- угао ротације вертикалних линија

$e$  --- мера померање дуж  $x$ -осе (транслација)

$f$  --- мера померање дуж  $y$ -осе (транслација)

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице

---

$$A : \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow R$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

↑  
**матрица типа  $m \times n$**

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 12 \\ -1 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

↑  
**матрица типа  $2 \times 3$**

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

↑  
**матрица типа  $3 \times 2$**

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице

---

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 12 \\ -1 & 6 & 7 \\ 4 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

**матрица трећег реда**

**квадратна матрица реда n**

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

**матрица другог реда**

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице – множење матрице скаларом

---

$$\lambda \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2k} \\ \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots a_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \dots b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} \dots b_{2n} \\ \dots & \dots \\ b_{k1} & b_{k2} \dots b_{kn} \end{bmatrix} \quad b_{ij} = \lambda \cdot a_{ij}$$

$$\lambda \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2k} \\ \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots a_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} \dots \lambda a_{1k} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} \dots \lambda a_{2k} \\ \dots & \dots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} \dots \lambda a_{mk} \end{bmatrix}$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице – сабирање матрица

---

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{k1} & b_{k2} & \dots & b_{kn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix} \quad c_{ij} = a_{il} + b_{lj}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{k1} & b_{k2} & \dots & b_{kn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице – множење матрица

---

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{k1} & b_{k2} & \dots & b_{kn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix} \quad c_{ij} = \sum_{l=1}^k a_{il} \cdot b_{lj}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 12 \\ -4 & 6 & 7 \\ 4 & -2 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x + 4y + 12z \\ -4x + 6y + 7z \\ 4x - 2y - 3z \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x + 3y \\ -3x + 2y \end{bmatrix}$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице

---

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 12 \\ -4 & 6 & 7 \\ 4 & -2 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x+4y+12z \\ -4x+6y+7z \\ 4x-2y-3z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+3y \\ -3x+2y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 12 \\ -5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x+4y+12z \\ -5x+6y+7z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+3y \\ -2x+2y \\ -3x+y \end{bmatrix}$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице

---

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 12 \\ -5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x+4y+12z \\ -5x+6y+7z \end{bmatrix}$$



$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 12 \\ -5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$



$$A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x+3y \\ -2x+2y \\ -3x+y \end{bmatrix}$$



$$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$



$$B: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице

---

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$A \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y \\ a_{21}x + a_{22}y \end{bmatrix}$$



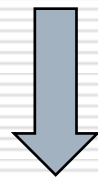
$$A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице

---

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{3n} \end{bmatrix} \quad A \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{3n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{3n}z \end{bmatrix}$$



$$A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

Фрактална геометрија и фрактали у архитектури  
Афине трансформације у равни - матрична формулација

---

$$x' = xr \cos \theta - ys \sin \varphi + e$$

$$M(x, y) \rightarrow M'(x, y)$$

$$y' = xr \sin \theta + ys \cos \varphi + f$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \theta & -s \sin \varphi \\ r \sin \theta & s \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни - матрична формулација

---

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \theta & -s \sin \varphi \\ r \sin \theta & s \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

$$r = \sqrt{a_{11}^2 + a_{21}^2}$$

$$s = \sqrt{a_{12}^2 + a_{22}^2}$$

$$\theta = \arctg \frac{a_{21}}{a_{11}}$$

$$\varphi = \arctg \frac{a_{22}}{a_{12}}$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни - матрична формулација

---

Пресликавање задато матрицама  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$  и  $\begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$

$$M(x, y) \rightarrow M'(x, y)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y + e \\ a_{21}x + a_{22}y + f \end{bmatrix}$$

је афина трансформација у равни.

$$x' = xr \cos \theta - ys \sin \varphi + e \quad y' = xr \sin \theta + ys \cos \varphi + f$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Линеарне трансформације у равни

---

Афине трансформације које не укључују транслацију су линеарне трансформације.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \theta & -s \sin \varphi \\ r \sin \theta & s \sin \varphi \end{bmatrix}$$

$$M(x, y) \rightarrow M'(x, y) \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$x' = x r \cos \theta - y s \sin \varphi \quad y' = x r \sin \theta + y s \cos \varphi$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице

---

Пресликавање  $A: R^2 \rightarrow R^2$

задато матрицом  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

$$u = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in R^2 \quad Au = A \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y \\ a_{21}x + a_{22}y \end{bmatrix} \in R^2$$

је линеарно пресликавање или линеарна трансформација у равни .

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

The screenshot shows two windows from the IFS software. The left window, titled "IFS [Sierpinski\*]", displays the parameters for three affine functions used to generate a Sierpinski triangle. The right window, titled "Design (IFS)", shows a 2D plot of the fractal space with three colored triangles (red, blue, green) and their respective design spaces.

**IFS [Sierpinski\*] Parameters:**

	Number of functions	Scale		Rotation		Translation	
		x	y	x	y	e	f
1	3	0,500	0,500	0,00	0,00	0,000	0,000
2		0,500	0,500	0,00	0,00	0,500	0,000
3		0,500	0,500	0,00	0,00	0,250	0,433

**Fractal Space Coordinates:**

Coordinate	Value
y max	1,050
y min	-0,056
x min	-0,056
x max	1,050

**Design Space Coordinates:**

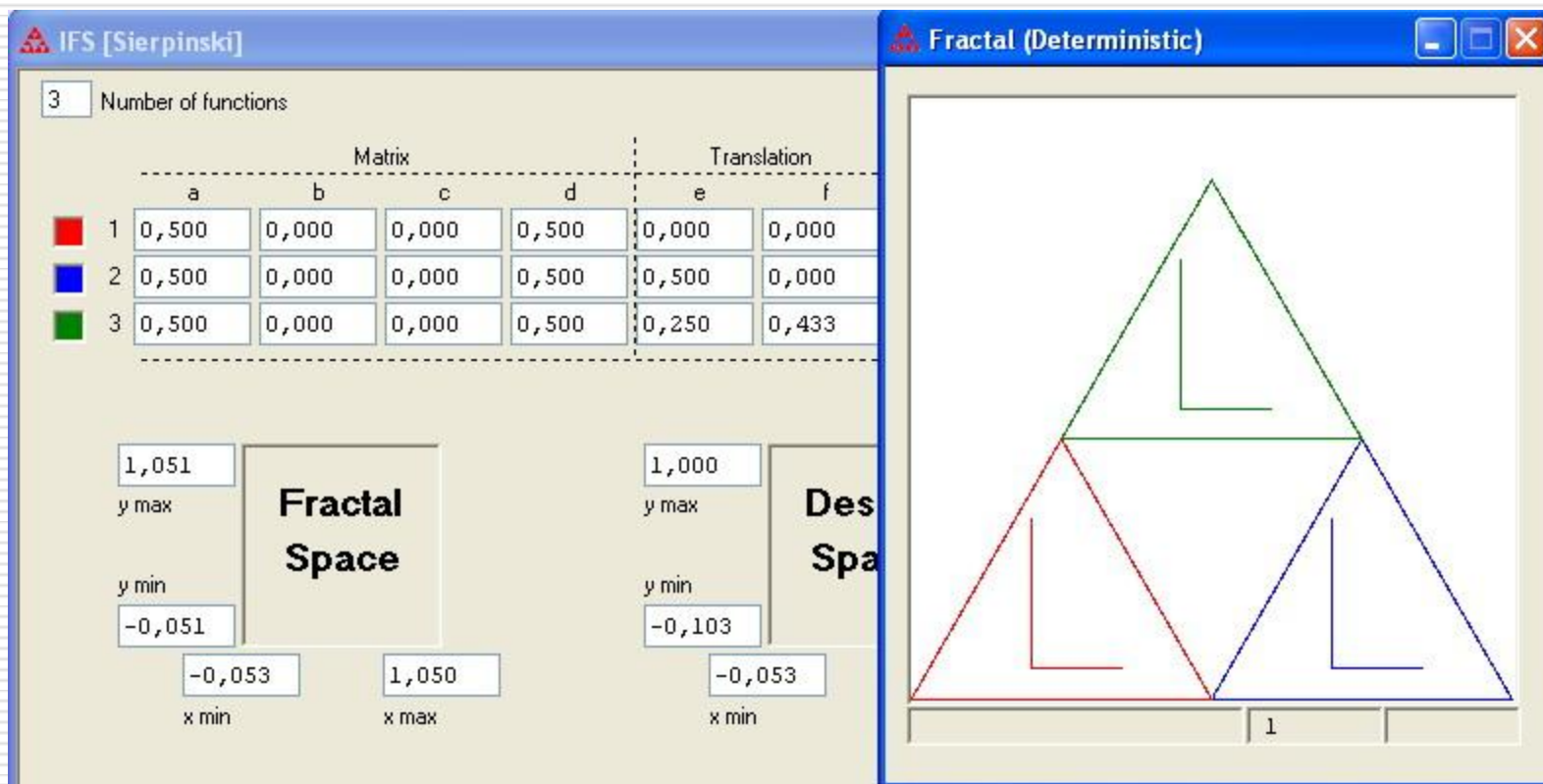
Coordinate	Value
y max	1,000
y min	-0,103
x min	-0,053

<http://ecademy.agnesscott.edu/~lriddle/ifskit/>

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

The screenshot displays two windows from a fractal generation software. The left window, titled "IFS [Sierpinski\*]", contains a control panel for defining four affine functions. A text box shows "4" for the "Number of functions". Below, a table lists the functions with their matrices and translations. The right window, titled "Fractal (Deterministic)", shows a large green triangle with three smaller triangles inside, colored red, blue, and purple, representing the Sierpinski triangle fractal.

	Matrix	Translation
1	$\begin{bmatrix} 0,500 & 0,000 \\ 0,000 & 0,500 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,000 \\ 0,000 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 0,500 & 0,000 \\ 0,000 & 0,500 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,500 \\ 0,000 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 0,500 & 0,000 \\ 0,000 & 0,500 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,250 \\ 0,433 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 0,500 & 0,000 \\ 0,000 & 0,500 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,262 \\ 0,090 \end{bmatrix}$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

The screenshot shows two windows from an IFS software application. The left window, titled "IFS [Sierpinski\*]", displays the configuration for four affine functions. The right window, titled "Design (IFS)", shows the resulting fractal design, which is a Sierpinski triangle with a complex internal structure.

**IFS [Sierpinski\*]**

Number of functions: 4

		Matrix		Translation
1	$\begin{bmatrix} 0,500 & 0,000 \\ 0,000 & 0,500 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	+	$\begin{bmatrix} 0,000 \\ 0,000 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 0,500 & 0,000 \\ 0,000 & 0,500 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	+	$\begin{bmatrix} 0,500 \\ 0,000 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 0,500 & 0,000 \\ 0,000 & 0,500 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	+	$\begin{bmatrix} 0,250 \\ 0,433 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 0,433 & -0,250 \\ 0,250 & 0,433 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	+	$\begin{bmatrix} 0,237 \\ 0,173 \end{bmatrix}$

1,050

**Design (IFS)**

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

The image shows two windows from an IFS software application. The left window, titled "IFS [Sierpinski\*]", displays the parameters for four affine transformations. The right window, titled "Design (IFS)", shows a visualization of the fractal space and its design space.

**IFS [Sierpinski\*] Parameters:**

	Number of functions	Scale		Rotation		Translation	
		x	y	x	y	e	f
1	4	0,500	0,500	0,00	0,00	0,000	0,000
2		0,500	0,500	0,00	0,00	0,500	0,000
3		0,500	0,500	0,00	0,00	0,250	0,433
4		0,500	0,500	30,00	30,00	0,237	0,173

**Fractal Space Coordinates:**

- y max: 1,050
- y min: -0,056
- x min: -0,056
- x max: 1,050

**Design Space Coordinates:**

- y max: 1,000
- y min: -0,103
- x min: -0,053

**Design (IFS) Visualization:**

The visualization shows a large triangle with a smaller triangle inside it. The vertices of the large triangle are marked with red, blue, and green squares. The vertices of the smaller triangle are marked with purple squares. The coordinates of the bottom-left vertex of the large triangle are  $(-0,018, 0,192)$ . The transformation number is Tran.# 4.

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

The screenshot shows two windows from an IFS software application. The left window, titled "IFS [Untitled]", displays a table of 9 affine transformations. The right window, titled "Fractal (Deterministic)", shows a fractal image of a triangle with a smaller triangle inside it.

	Number of functions	Scale		Rotation		Translation	
		x	y	x	y	e	f
1	0,233	0,233	0,00	0,00	0,000	0,000	
2	0,333	0,401	180,00	180,00	0,435	0,351	
3	0,333	0,333	30,00	30,00	0,404	-0,070	
4	0,333	0,333	150,00	150,00	0,845	0,189	
5	0,333	0,333	0,00	0,00	0,441	0,716	
6	0,400	0,267	0,00	0,00	0,009	0,388	
7	0,333	0,333	180,00	180,00	0,622	0,629	
8	0,333	0,333	0,00	0,00	0,531	0,381	
9	0,268	0,254	30,00	30,00	0,217	0,599	

Fractal (Deterministic)

1,051

0,950

0



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

The screenshot displays two windows from an IFS software application. The left window, titled "IFS [Untitled]", shows a configuration panel for 9 functions. It includes a table of parameters for Scale, Rotation, and Translation, along with a "Number of functions" input set to 9. The right window, titled "Fractal (Deterministic)", shows a fractal image composed of several overlapping triangles in various colors (red, blue, green, purple, orange, cyan, brown, pink) arranged in a complex, self-similar pattern.

		Scale		Rotation		Translation	
		x	y	x	y	e	f
■	1	0,233	0,233	0,00	0,00	0,000	0,000
■	2	0,333	0,401	180,00	180,00	0,435	0,351
■	3	0,333	0,333	30,00	30,00	0,404	-0,070
■	4	0,333	0,333	150,00	150,00	0,845	0,189
■	5	0,333	0,333	0,00	0,00	0,441	0,716
■	6	0,400	0,267	0,00	0,00	0,009	0,388
■	7	0,333	0,333	180,00	180,00	0,622	0,629
■	8	0,333	0,333	0,00	0,00	0,531	0,381
■	9	0,268	0,254	30,00	30,00	0,217	0,599

Number of functions: 9

Fractal (Deterministic)

1,051

0,950

1

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

The image shows a software interface for generating fractals using Iterated Function Systems (IFS). The left window, titled "IFS [Untitled]", contains a table of 9 affine transformations. Each transformation is defined by its scale factors (x, y), rotation angles (x, y), and translation factors (e, f). The right window, titled "Fractal (Deterministic)", displays the resulting fractal, which is a complex, self-similar structure composed of many small triangles. The fractal is rendered in various colors, including red, blue, green, yellow, and purple. The interface also includes a "Number of functions" input field set to 9, and a coordinate system at the bottom of the fractal window showing the point (0,415,0,105) and a value of 2.

	Number of functions	Scale		Rotation		Translation	
		x	y	x	y	e	f
1	0,233	0,233	0,00	0,00	0,000	0,000	
2	0,333	0,401	180,00	180,00	0,435	0,351	
3	0,333	0,333	30,00	30,00	0,404	-0,070	
4	0,333	0,333	150,00	150,00	0,845	0,189	
5	0,333	0,333	0,00	0,00	0,441	0,716	
6	0,400	0,267	0,00	0,00	0,009	0,388	
7	0,333	0,333	180,00	180,00	0,622	0,629	
8	0,333	0,333	0,00	0,00	0,531	0,381	
9	0,268	0,254	30,00	30,00	0,217	0,599	

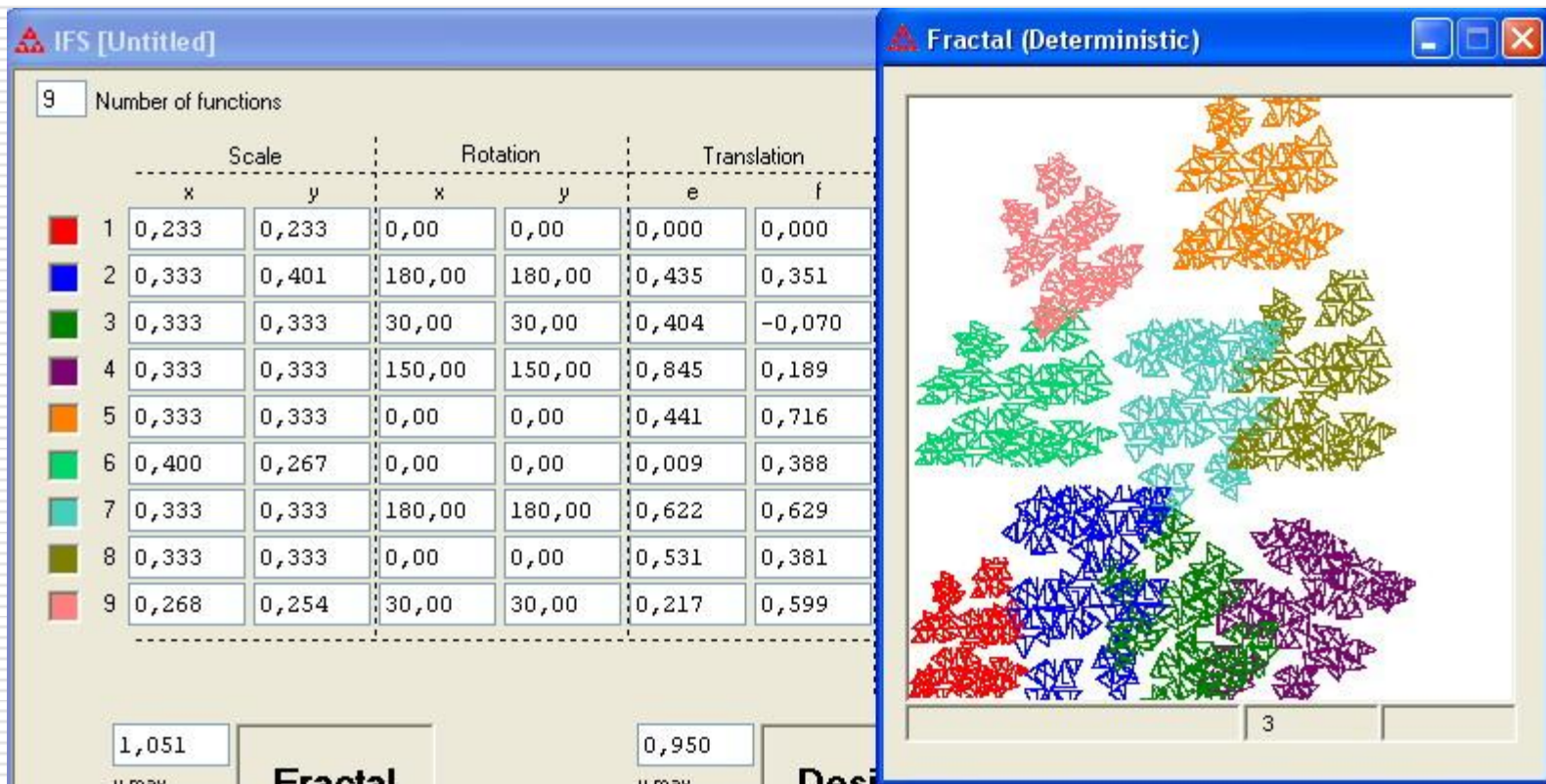
1,051

0,950

(0,415,0,105) 2

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни



# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Афине трансформације у равни

The screenshot shows two windows from an IFS software application. The left window, titled "IFS [Untitled]", displays a table of 9 affine transformations. The right window, titled "Fractal (Deterministic)", shows a colorful fractal image generated from these transformations. The fractal is composed of 9 distinct colored clusters: red, blue, green, purple, orange, cyan, olive, dark blue, and pink. The table in the left window provides the parameters for each transformation.

	Number of functions	Scale		Rotation		Translation	
		x	y	x	y	e	f
1	0,233	0,233	0,00	0,00	0,000	0,000	
2	0,333	0,401	180,00	180,00	0,435	0,351	
3	0,333	0,333	30,00	30,00	0,404	-0,070	
4	0,333	0,333	150,00	150,00	0,845	0,189	
5	0,333	0,333	0,00	0,00	0,441	0,716	
6	0,400	0,267	0,00	0,00	0,009	0,388	
7	0,333	0,333	180,00	180,00	0,622	0,629	
8	0,333	0,333	0,00	0,00	0,531	0,381	
9	0,268	0,254	30,00	30,00	0,217	0,599	

Below the table, there are input fields for "u max" (1,051) and "Des" (0,950). The fractal image in the right window has a "4" in a small box at the bottom right.

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице – линеарне трансформације у простору

---

$$u = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in R^3$$

Пресликавање

$$A: R^3 \rightarrow R^3$$

задато матрицом

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{3n} \end{bmatrix}$$

је линеарно пресликавање или линеарна трансформација у простору.

$$A \cdot u = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{3n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{3n}z \end{bmatrix}$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице – линеарне трансформације у простору

---

$$A: R^3 \rightarrow R^3 \quad A \cdot u = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{3n}z \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ y' &= a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ z' &= a_{31}x + a_{32}y + a_{3n}z \end{aligned} \quad u = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in R^3, \quad \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} \in R^3$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице – афине трансформације у простору

---

$$u = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in R^3, \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} \in R^3$$

Пресликавање  $A: R^3 \rightarrow R^3$

задато матрицама  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{3n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix}$

је афина трансформација у простору.

$$A \cdot u + \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{3n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + e \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + f \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{3n}z + g \end{bmatrix}$$

# Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

## Матрице – афине трансформације у простору

---

$$A: R^3 \rightarrow R^3 \quad A \cdot u + \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + e \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + f \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{3n}z + g \end{bmatrix}$$

$$x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + e \quad u = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in R^3, \quad \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix} \in R^3$$

$$y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + f$$

$$z' = a_{31}x + a_{32}y + a_{3n}z + g$$