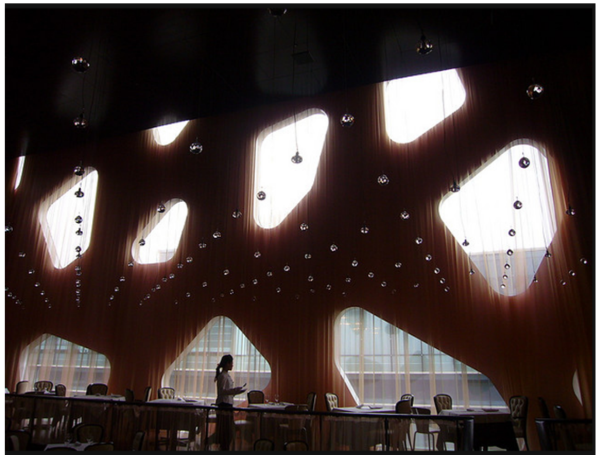
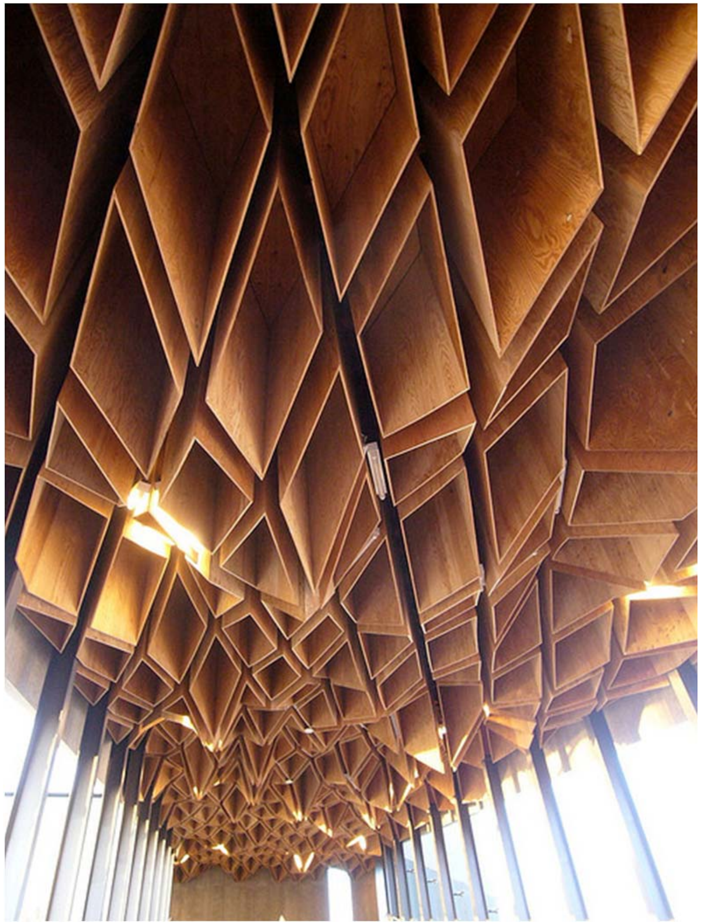
Фрактална геометрија и фрактали у архитектури

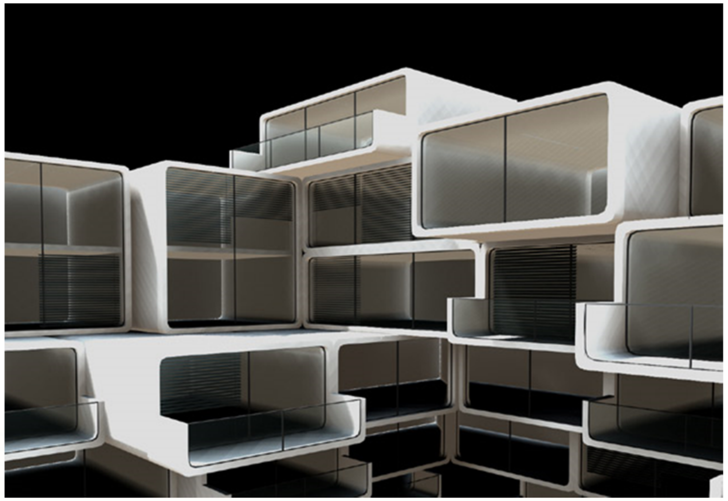


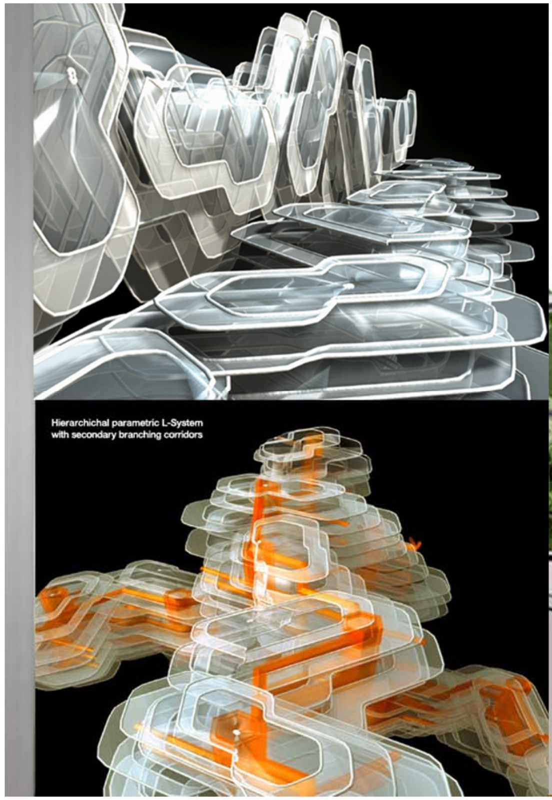


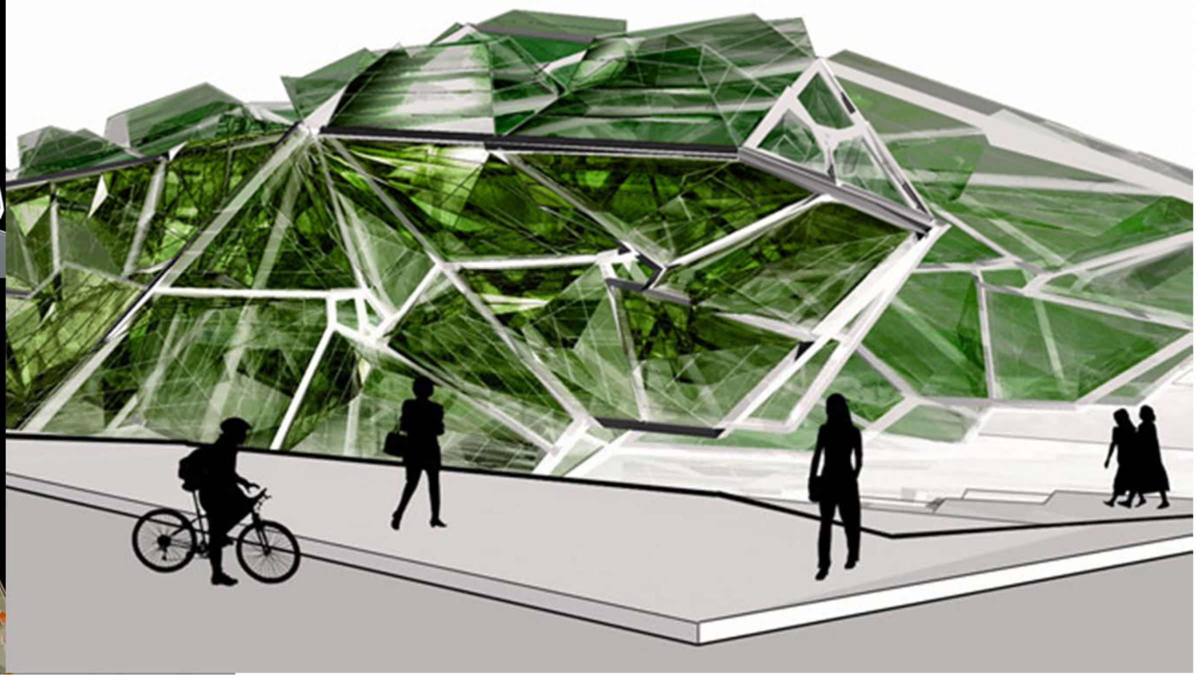
Математика у архитектури 1

Проф. др Љиљана Петрушевски

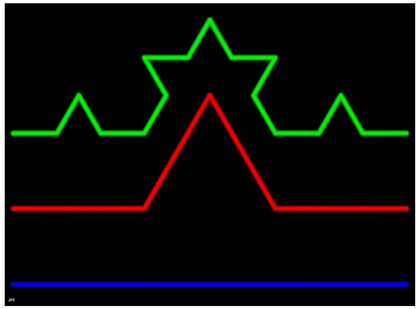
Фрактална геометрија

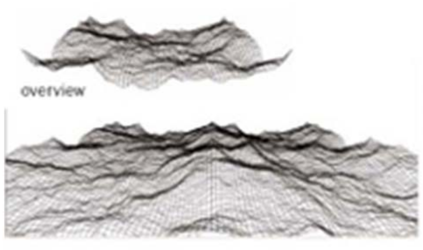


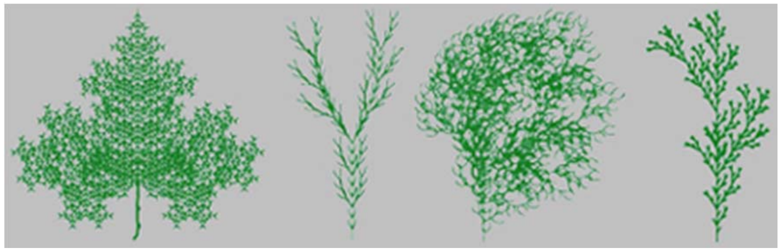




Фрактална геометрија
увод





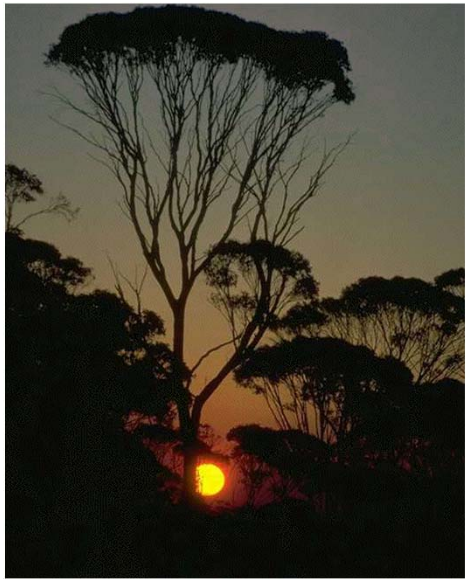


Математика у архитектури 1
Проф. др Љиљана Петрушевски

Фрактална геометрија
увод

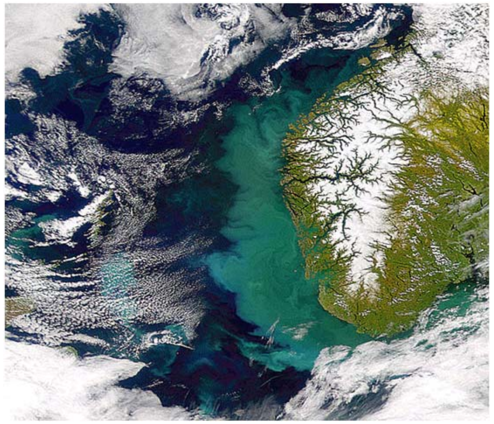
...Oblaci nisu sfere, planine nisu konusi, razuđene obale nisu krugovi, kora drveta nije glatka...

Mandelbrot



Облици у природи су неправилни и неравни.

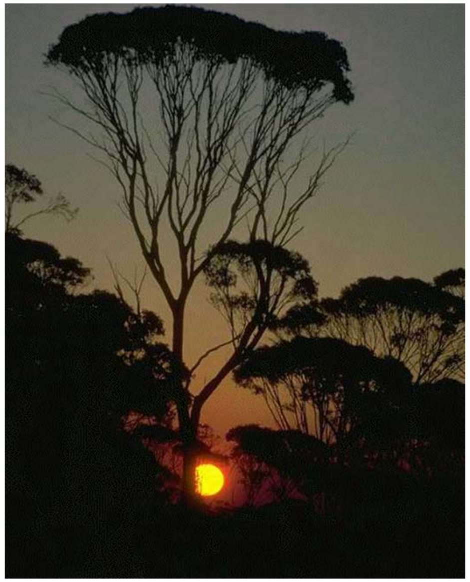
Фрактална геометрија
увод

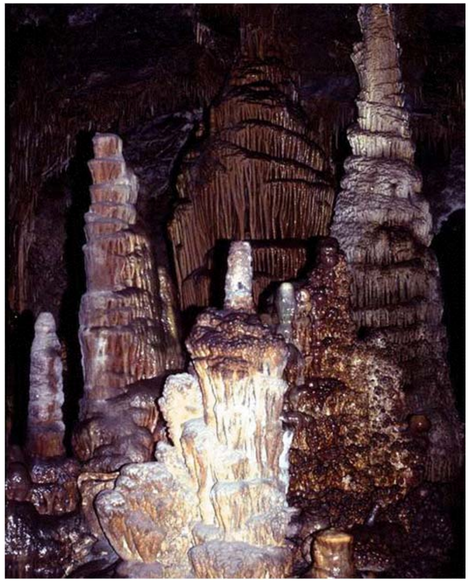


Еуклидова геометрија – правилни математички облици – конус, пирамида, коцка, сфера нису најбољи начин да се опишу природне форме. Облаци, планине, разуђене обале и кора дрвета су неправилни и неравни и те њихове особине су у супротности са особинама геометријских фигура и тела Еуклидске геометрије.

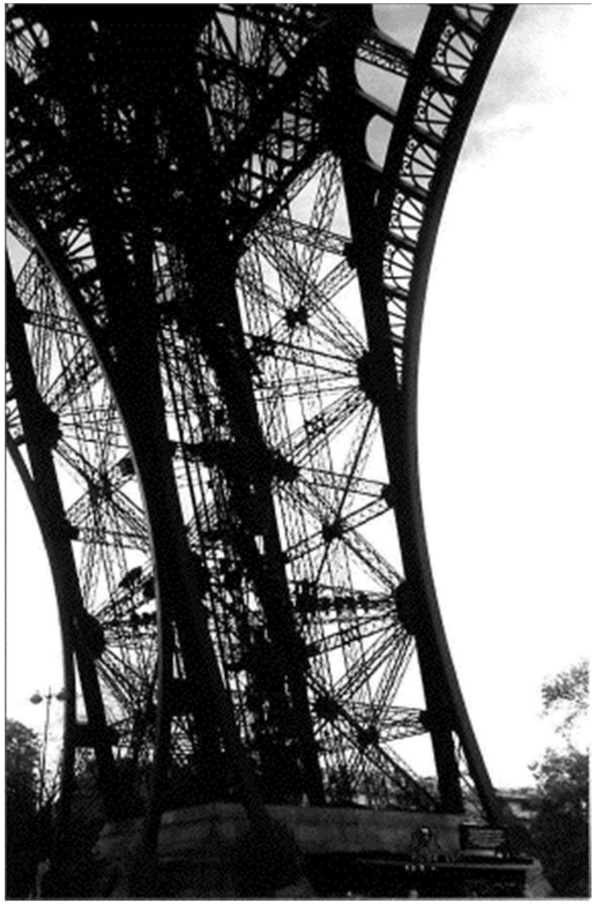
Фрактална геометрија
увод

Облици у природи су неправилни и неравни и нуде исте те неправилности у различитим размерама... Фрактал?





Фрактална геометрија
увод

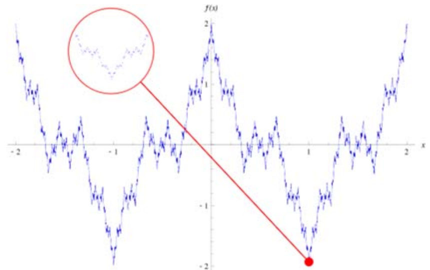


Исти облици у различитим размерама срећу се у архитектури...

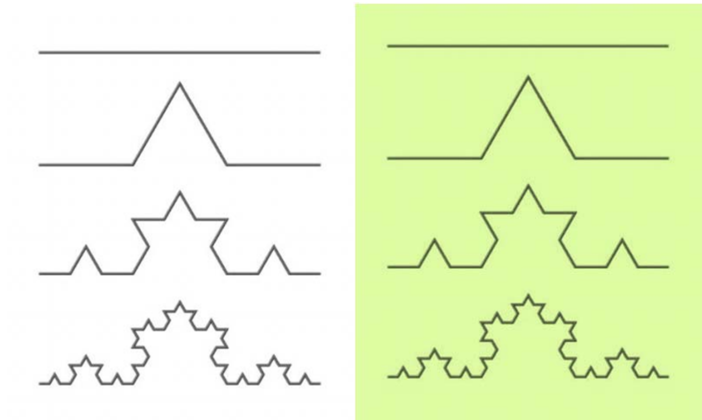
Фрактална геометрија
увод

Исти облици у различитим размерама срећу се у ликовној уметности...

Фрактална геометрија
увод



Karl Weierstrass 1872

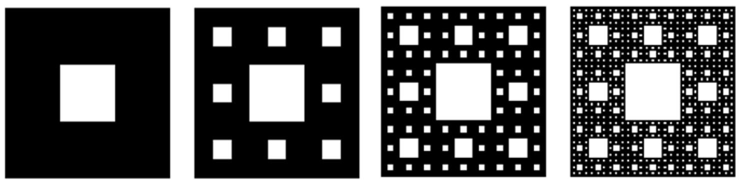


Koch, 1904

Georg Cantor, 1883

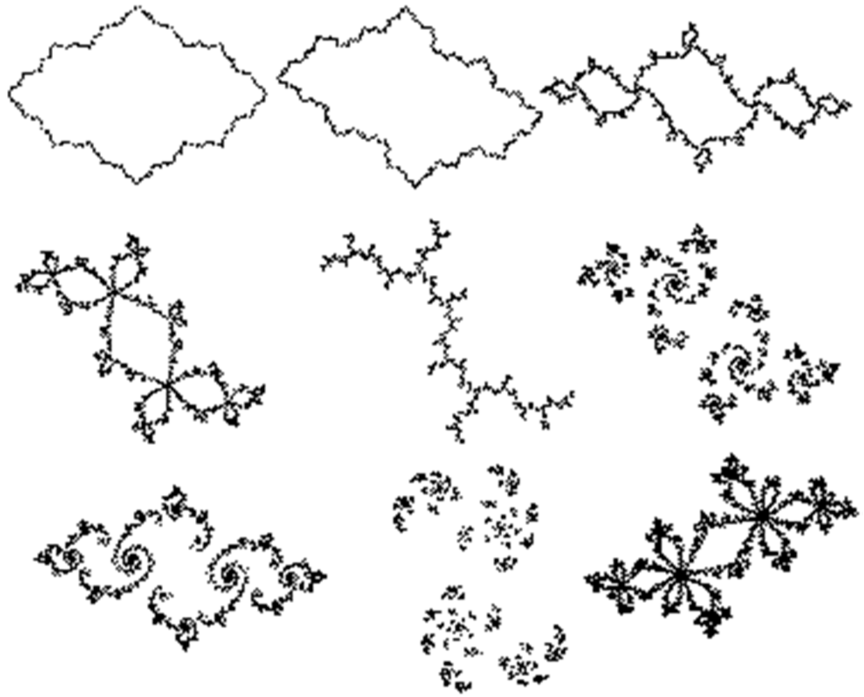
Wacław Sierpiński , 1915

Wacław Sierpiński ,
1916

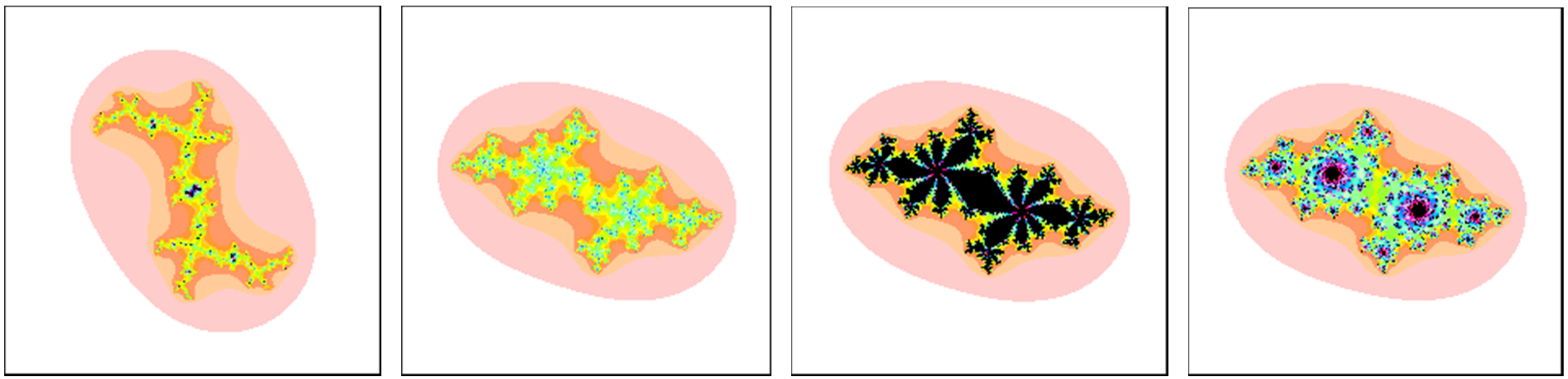


Фрактална геометрија
увод

1918, француски математичари
Pierre Fatou   Gaston Julia

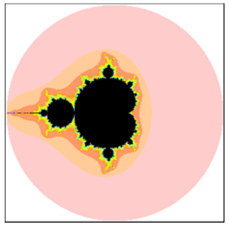


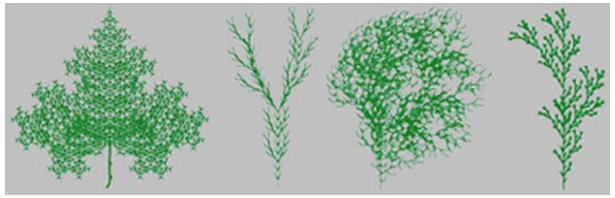
описују оно што се данас посматра као фрактално понашање у вези са мапирањем комплексних бројева и итеративним функционалним системима. На жалост, нису доживели компјутерску визуелизацију својих математичких идеја.



Фрактална геометрија
увод

Да би описао неправилне и неравне криве, реч "фрактал" увео је први пут Benoit Mandelbrot 1975. године.





Фрактална геометрија
увод

Фрактална геометрија постаје актуелна
и веома популарна по објављивању књиге:

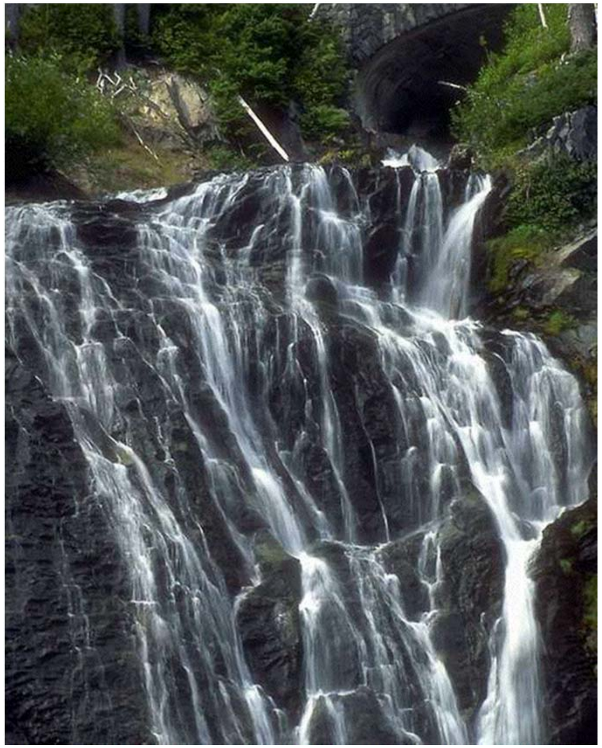
Benoit Mandelbrot

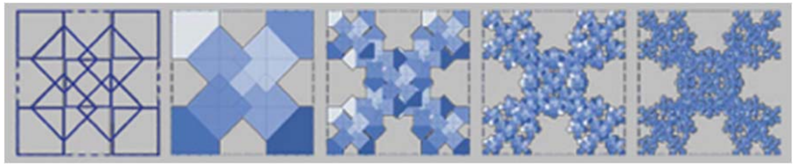
"The Fractal Geometry of Nature", 1982.

Фрактална геометрија
увод

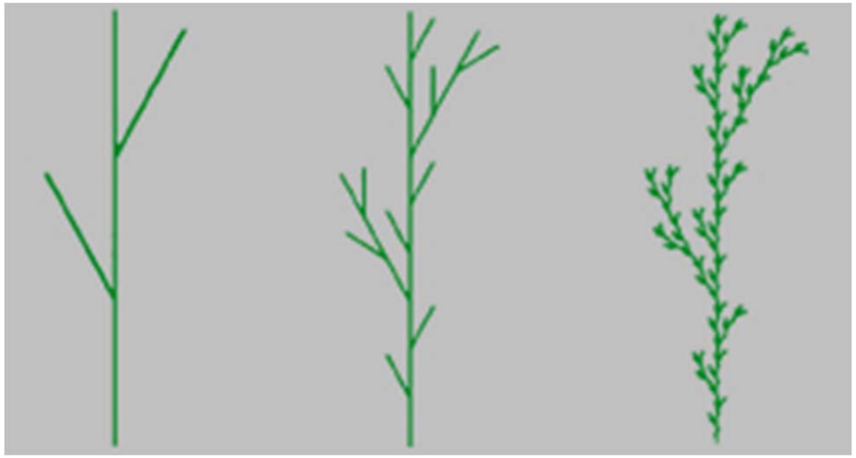
Фрактална геометрија,
насупрот еуклидској,
нуди много боље методе
за описивање природних објеката.

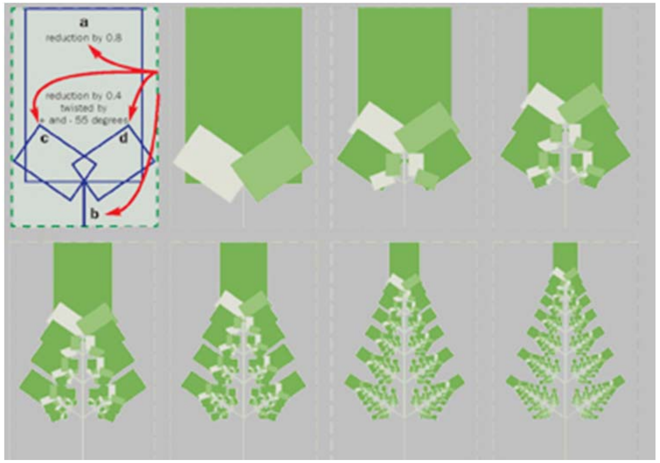
Неравне карактеристике природе
не симулирају се
помоћу глатких форми
еуклидске геометрије,
већ се нови приступ комплексности
носи са неравнинама саме структуре.





Фрактална геометрија
увод





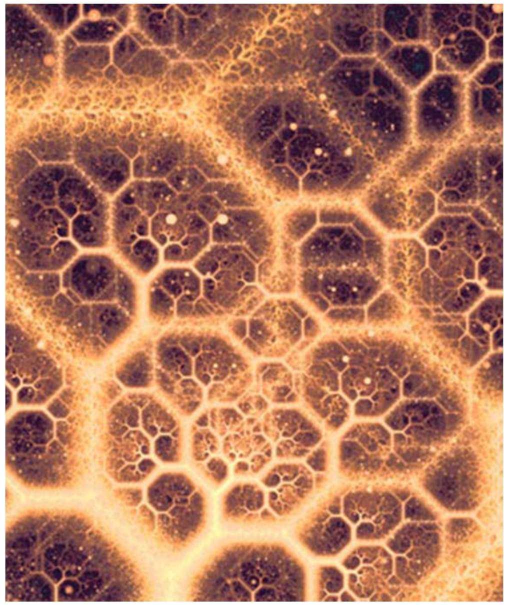
Објекти у фракталној геометрији се изражавају алгоритмима, којим се сложене природне форме као што су папрат, облак, пахуља, гранчица или јелка могу свести на једноставне формуле и конструктивне поступке

Фрактална геометрија
увод

Парадигма тих нових приступа је у јединству једноставности и комплексности. Изузетно једноставне формуле или сасвим једноставна правила, понављањем у итеративним процесима доводе до комплексне фракталне геометрије.

Wacław Sierpiński ,
1915

Фрактална геометрија
дефиниција фрактала



Фрактали се најбоље описују помоћу карактеристичних атрибута:

Фрактал нигде није раван и неправилан је.

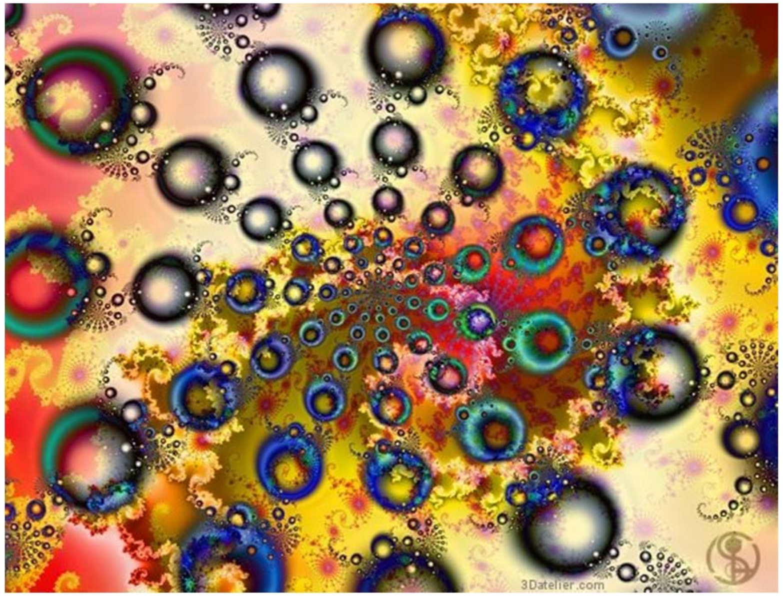
Сам је себи сличан, његови делови изгледају као и он цео.

Развијен је кроз вишеструко понављање алгоритма (Итеративни функционални систем).

Комплексан је, а ипак може бити описан једноставним алгоритмом што значи да иза највећих неравнина и неправилности постоји нека (чак веома једноставна) законитост.

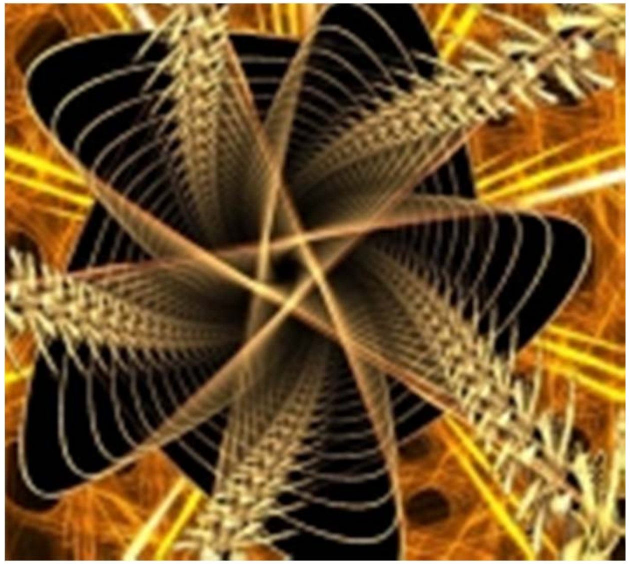
Фрактална геометрија
дефиниција фрактала

Фрактали су објекти било које врсте чија форма нигде није глатка, неправилни су и та њихова неправилност се понавља кроз многе размере.



Фрактална геометрија

дефиниција фрактала



Ово је општа дефиниција фрактала, али се они теоријски срећу подељени у класе према начину генерисања.

Фрактална геометрија

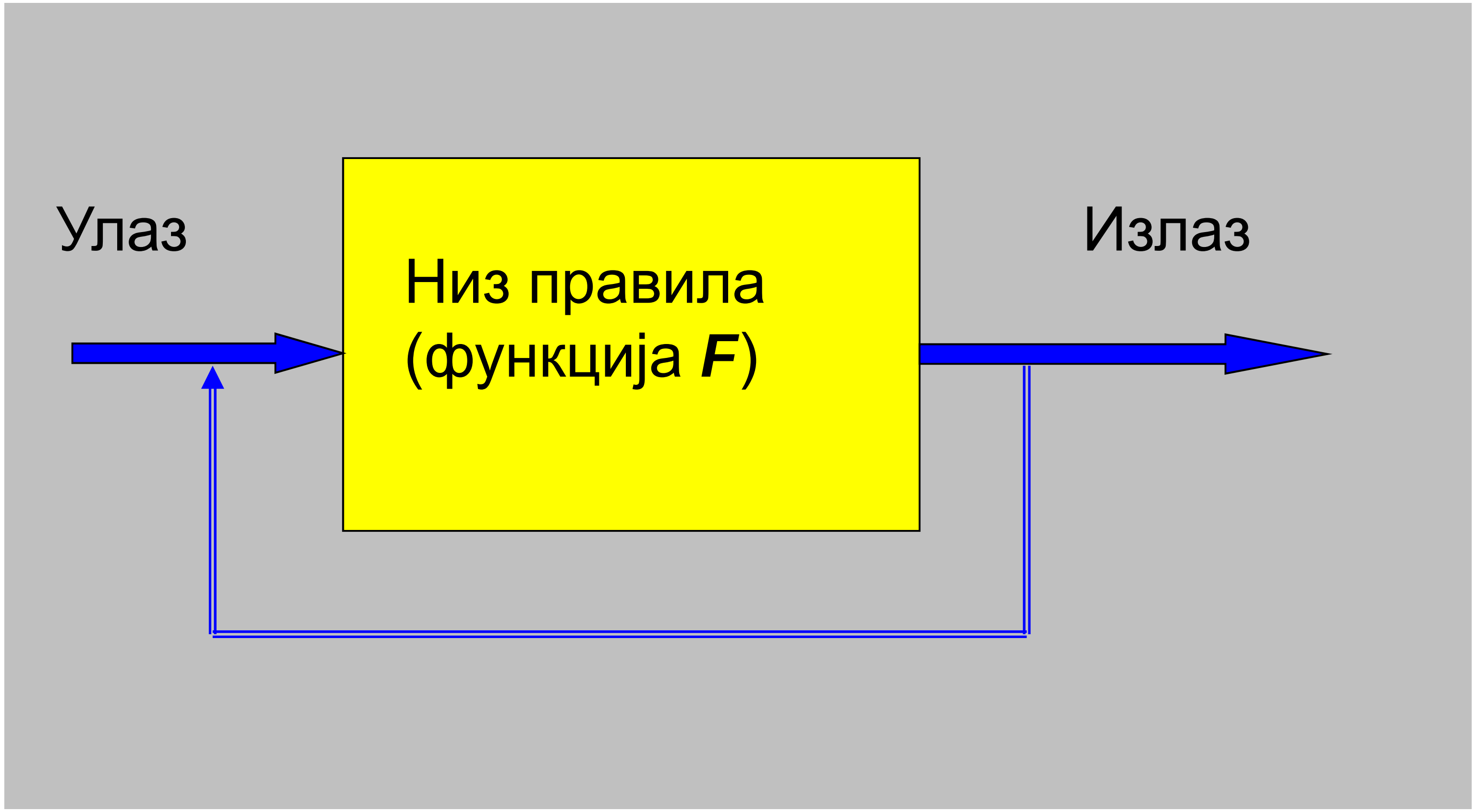
Детерминистички ИФС

Афине трансформације – објекта и (или) координатног система

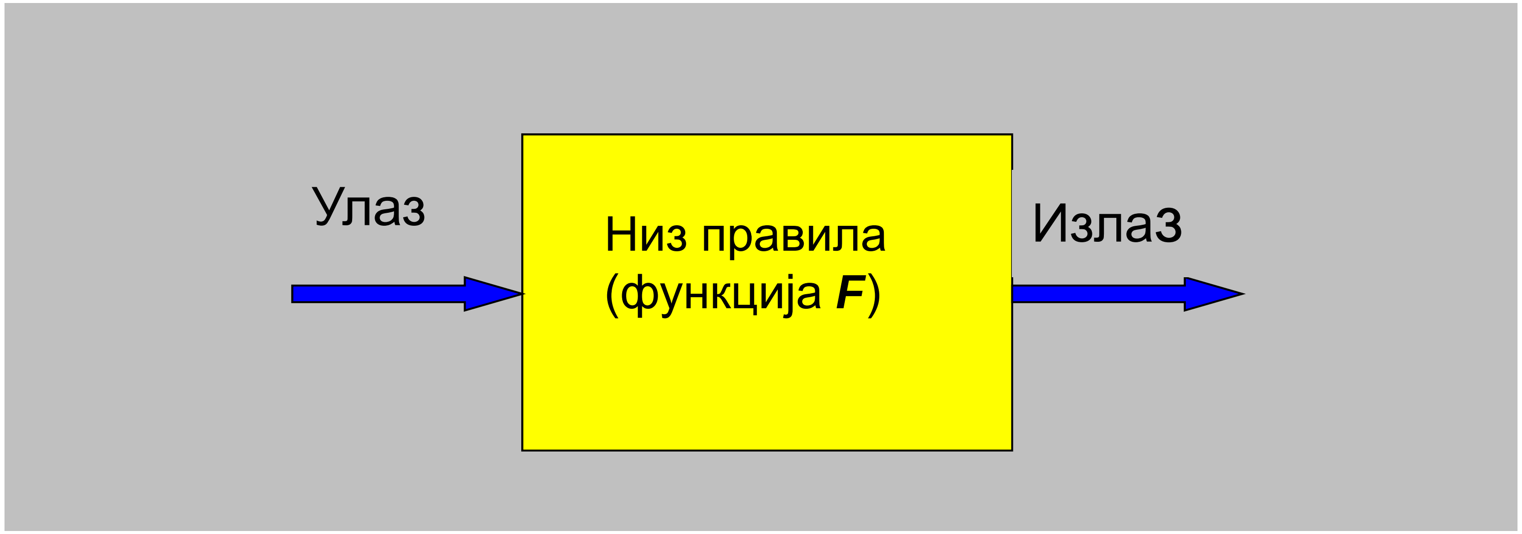
Итеративни процеси – поступци
Итеративни функционални системи

Фрактална геометрија

функционални системи



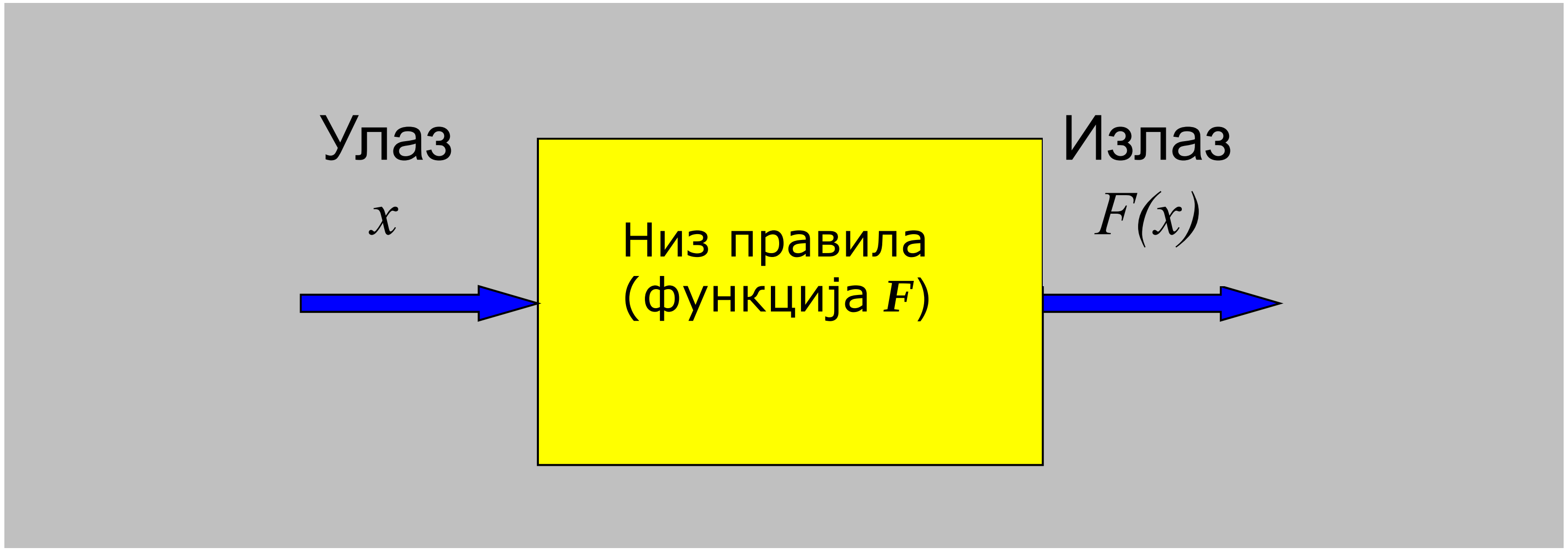
Функционални систем:



Функционални систем:

На сваку од вредности ''улаза'' делује низ правила (функција ***F***) и даје одређени ''излаз''.

Функционални систем:

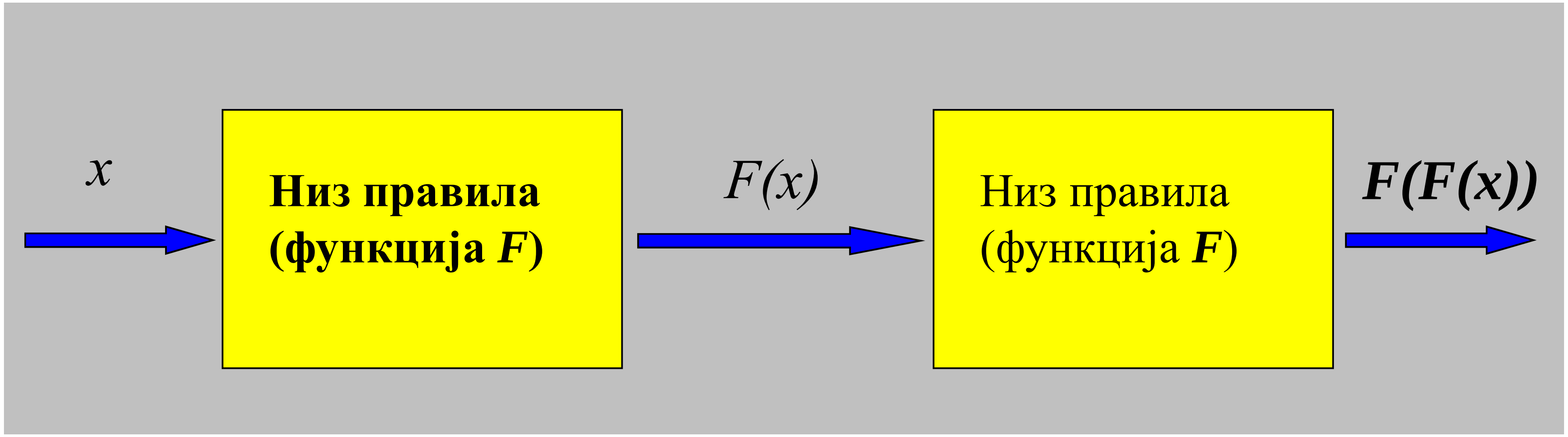


$$x \longrightarrow F(x)$$

Фрактална геометрија

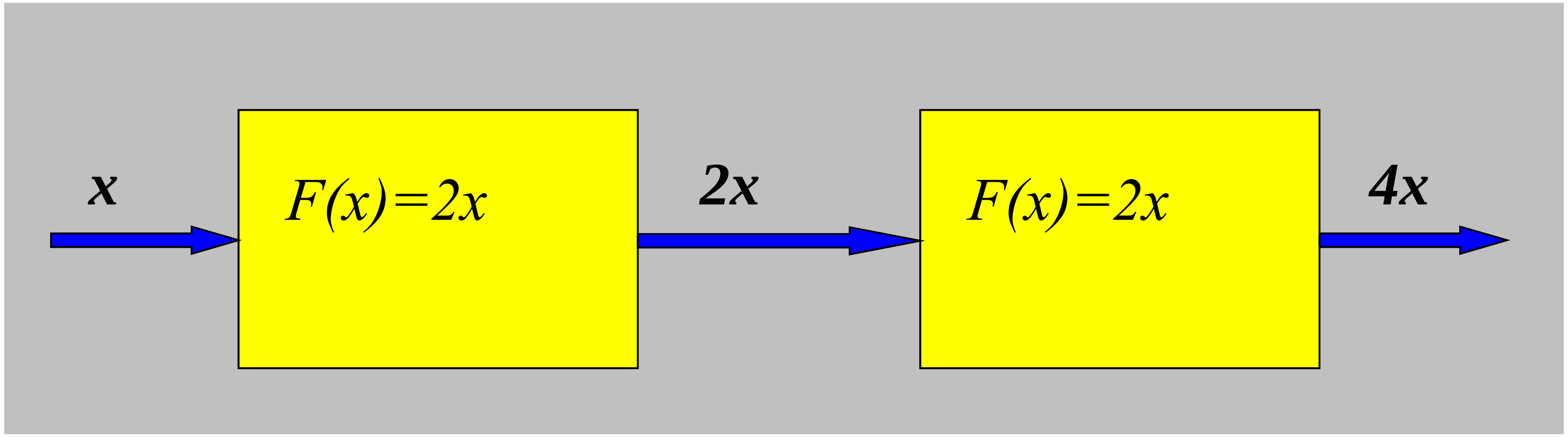
функционални системи

Примена низа правила (функције ***F***)
на већ добијени излаз:



Фрактална геометрија
функционални системи

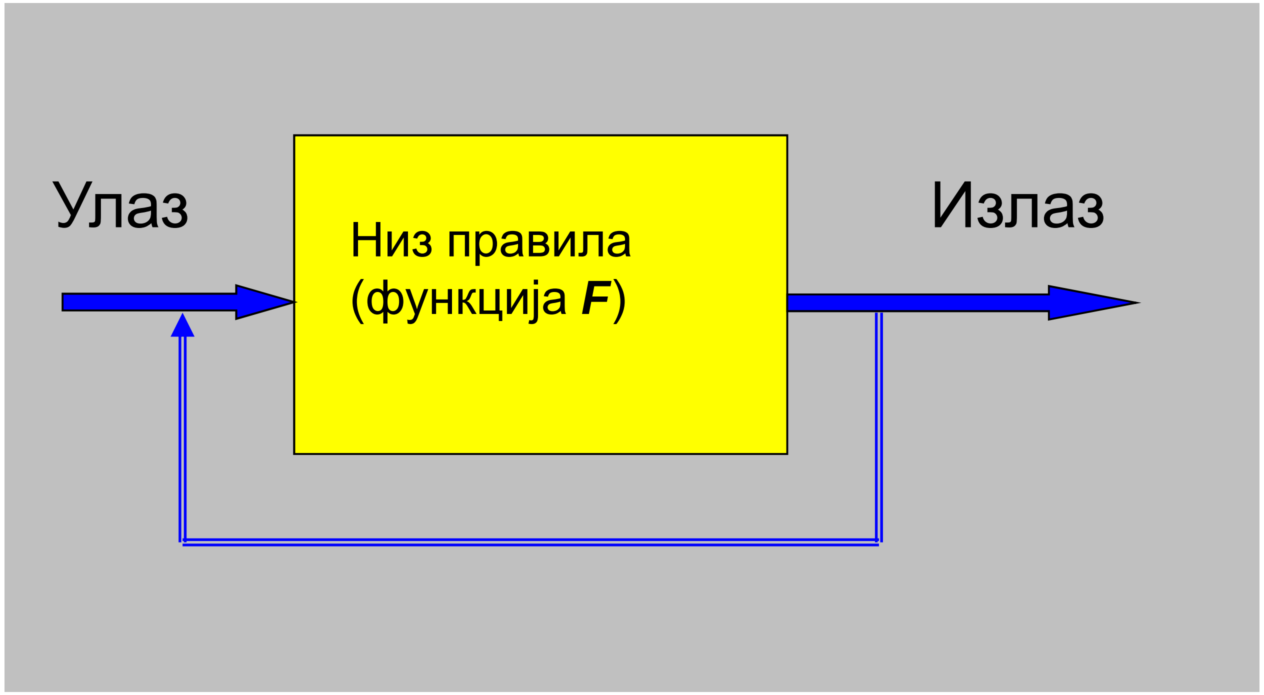
Пример функције множења са 2:



Фрактална геометрија

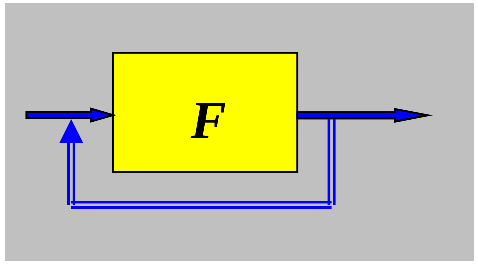
итеративни функционални системи - ИФС

Итеративни функционални систем садржи повратну спрегу која обезбеђује примену низа правила (функције ***F***) на већ добијени излаз.



Фрактална геометрија

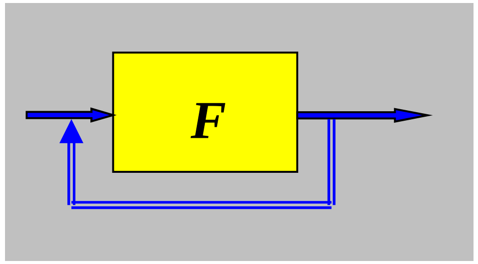
итеративни функционални системи



Излаз из функционалног система (прва итерација), преко повратне спреге, постаје његов нови улаз и процес се понавља т.ј. функција делује на тај нови улаз и даје нови излаз (друга итерација) који опет, преко повратне спреге, може да постане улаз. Број извршених циклуса, понављања назива се бројем извршених корака или бројем итерација.

Фрактална геометрија

итеративни функционални системи



Број итерација је унапред задат или се понављају све док није испуњен неки услов. Од броја итерација и од почетног стања (вредности почетног улаза) зависи коначна вредност излаза итеративног функционалног система. Овај излаз представља апроксимацију (бољу или лошију) граничног процеса бесконачног броја итерација остварених кроз замишљено бесконачно време.

Фрактална геометрија

итеративни функционални системи - ИФС

Итерације

1.итерација $\quad x \longrightarrow F(x)$

2.итерација $\quad F(x) \longrightarrow F(F(x))$

3.итерација $\quad F(F(x)) \longrightarrow F(F(F(x)))$

....

n-та итерација $\quad \underbrace{F(F...(F}_{n-1}(x))...) \longrightarrow \underbrace{F(F...(F}_{n}(x))...)$

n узастопних итерација: $\quad x \longrightarrow \underbrace{F(F...(F}_{n}(x))...)$

Табеларни приказ n узастопних итерација

на примеру функције множења са 2:

број итерација	1	2	3	4	5	...	***n***
Улаз	***x***	***2x***	***4x***	***8x***	***16x***	**...**	$2^{n-1}x$
Излаз	***2 x***	***4x***	***8x***	***16x***	***32x***	**...**	$2^{n}x$

Фрактална геометрија
генерисање фрактала - детерминистички ИФС

иницијатор и генератор

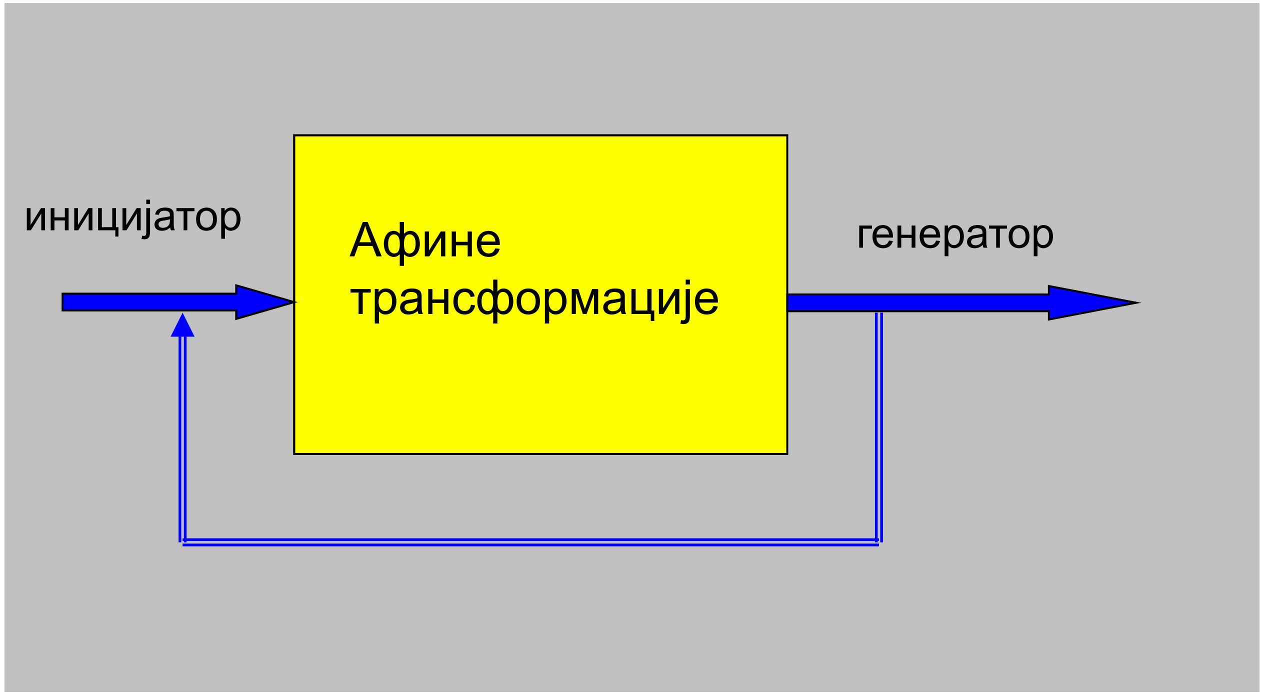
У геометрији равни или простора улаз у функционални систем је геометријски облик, а излаз неке његове, функционалним системом дефинисане, афине трансформације. Уобичајен назив за улаз (почетно стање) је **иницијатор**, а за излаз **генератор**.

Коначни излаз (добијени графички приказ) зависи од броја итерација, иницијатора (почетног стања) и дефинисаних афиних трансформација.

Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС

иницијатор и генератор



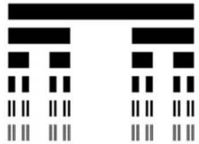
генерисање фрактала - детерминистички ИФС

иницијатор и генератор

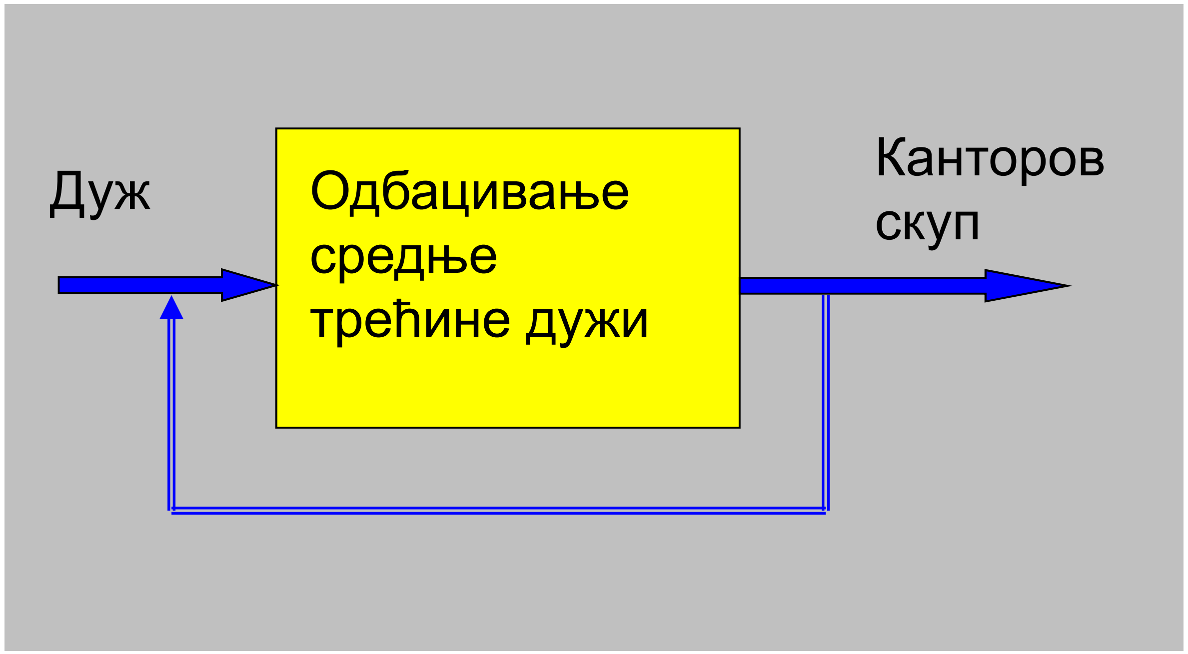
Трансформацијом (пресликавањем), иницијатора у генератор одређен је функционални систем, правила у оквиру тог система и, самим тим, излаз после сваке итерације.

Коначни излаз (добијени графички приказ) зависи од броја итерација, иницијатора (почетног стања) и генератора.

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



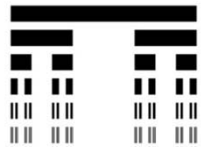
Канторов скуп



У граничном процесу (бесконачно много итерација) настаје Канторов скуп. Извршен коначан већи број итерација, графички, довољно добро илуструје тај скуп.

Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



Канторов скуп

иницијатор

генератор

Трансформације иницијатора у генератор:

$T_1: x \longrightarrow 1/3\,x$ *(скалирање)*

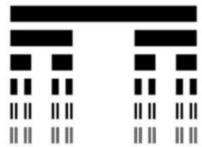
$T\,2: x \longrightarrow 1/3\,x+2/3$

(скалирање+транслација)

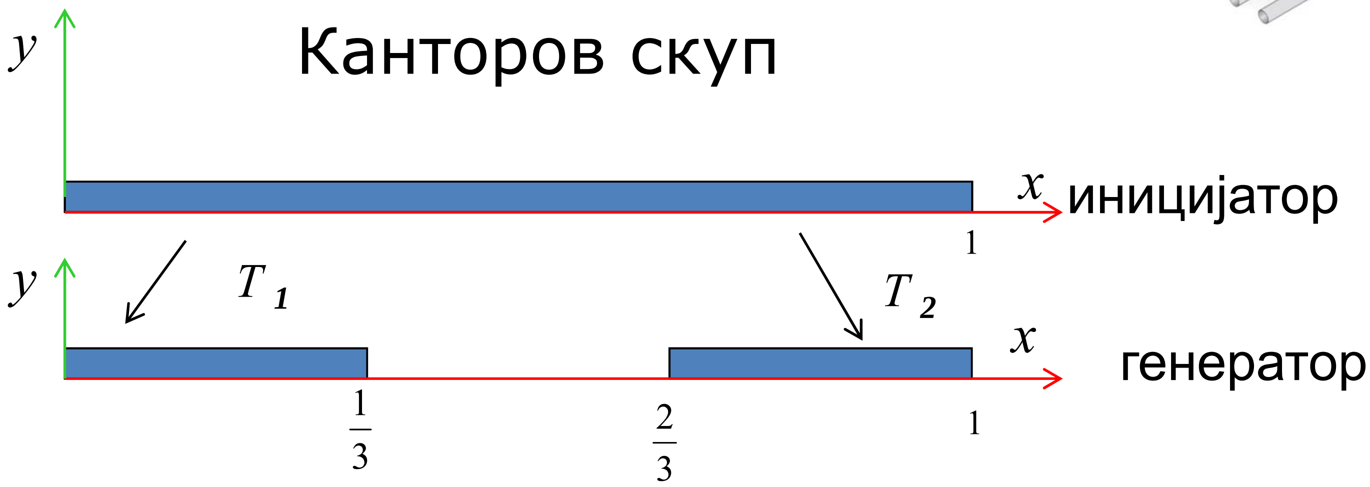
Трансформацијама T_1 и T_2 настају две копије скалираног иницијатора (са фактором скалирања 1/3) постављене у одређени положај.

Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



Канторов скуп

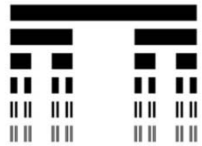


$$T_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} x' &= \frac{1}{3}x \\ y' &= y \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

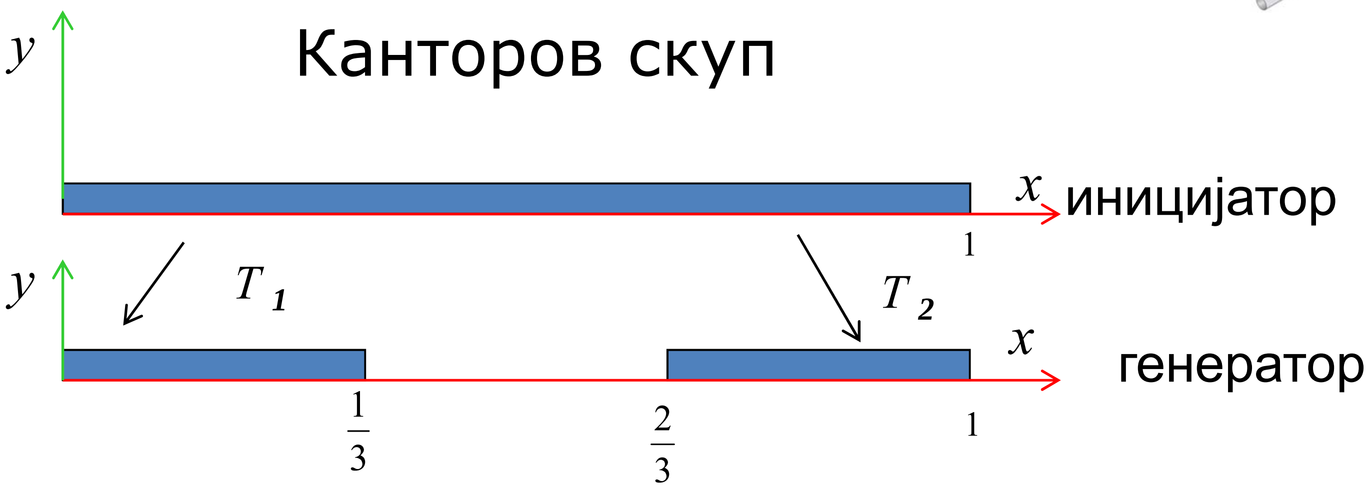
$$T_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} x' &= \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \\ y' &= y \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



Канторов скуп

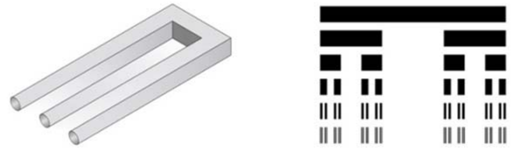


$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} x' &= \frac{1}{3}x \\ y' &= y \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

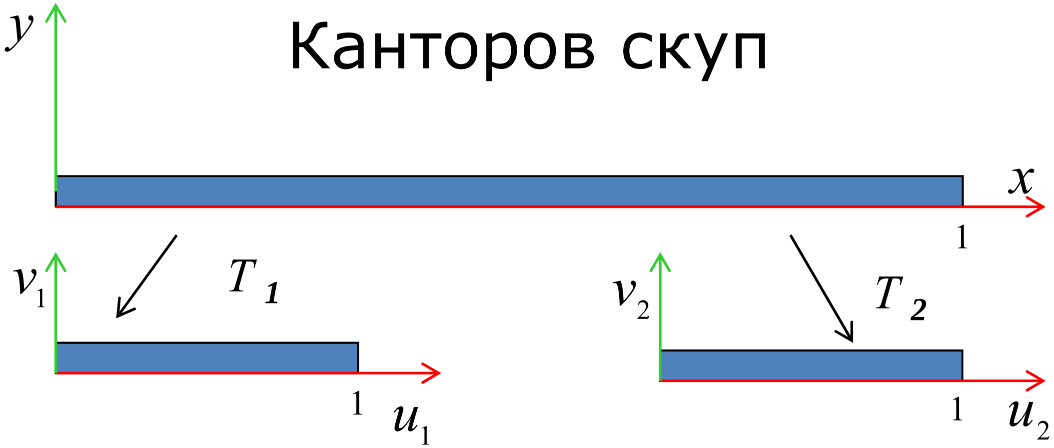
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} x' &= \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \\ y' &= y \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



Канторов скуп



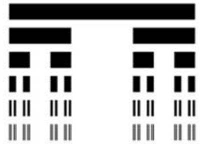
иницијатор

генератор

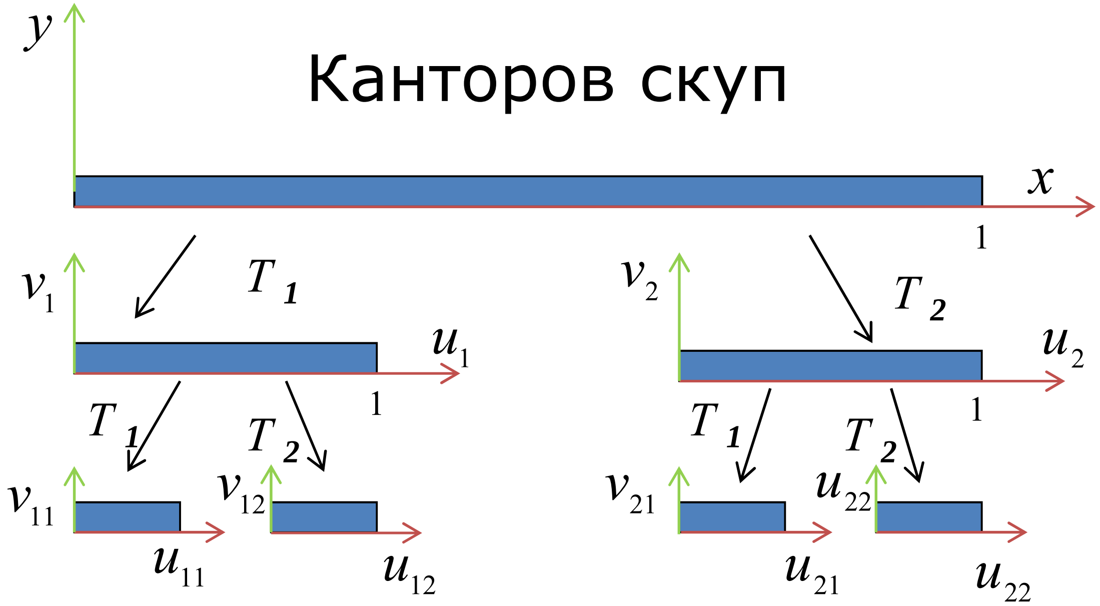
$$u_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad v_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad u_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad v_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



Канторов скуп

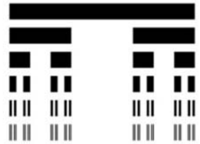


иницијатор

генератор

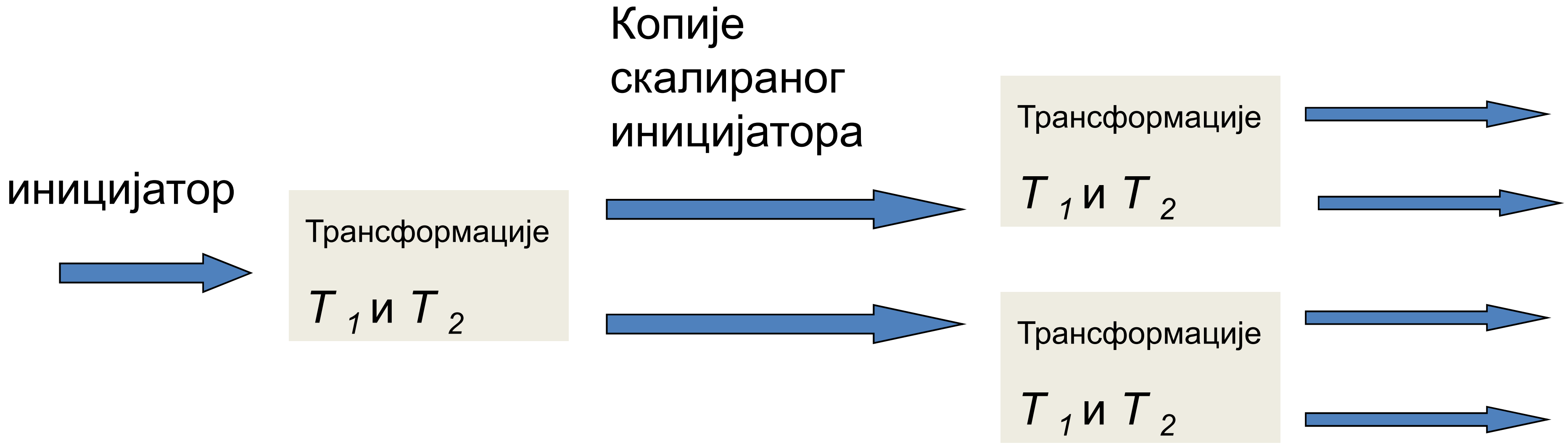
Фрактална геометрија

Генерисање фрактала - детерминистички ИФС

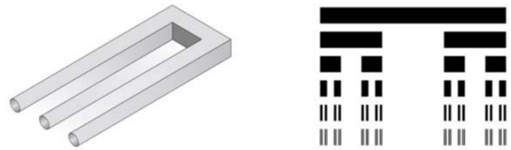
Канторов скуп

У следећој итерацији, на сваку од скалираних копија иницијатора делује систем истовремено...

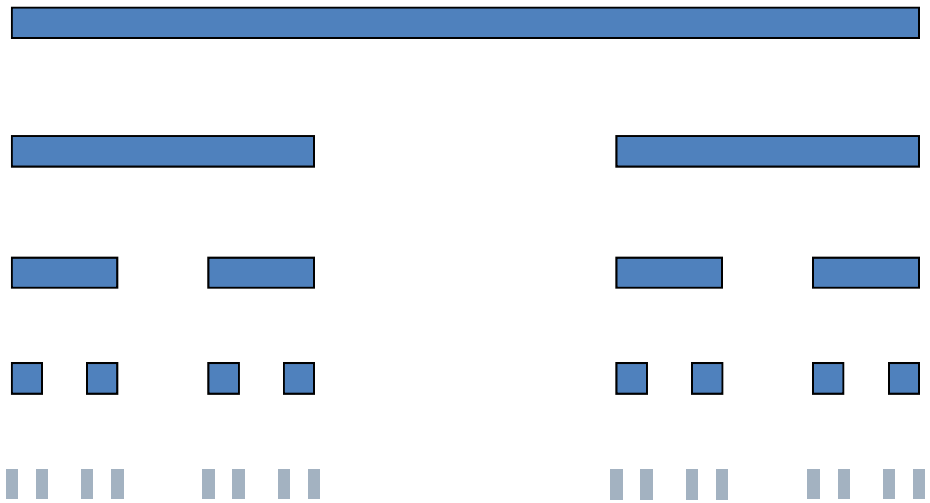


Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



Настаје Канторов скуп



иницијатор (почетно стање)

генератор (прва итерација)

друга итерација

трећа итерација

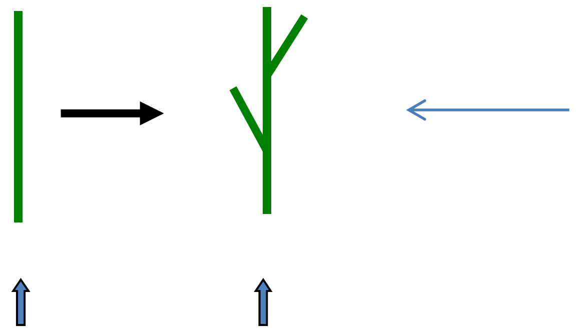
четврта итерација

и.т.д.

Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС

Пример



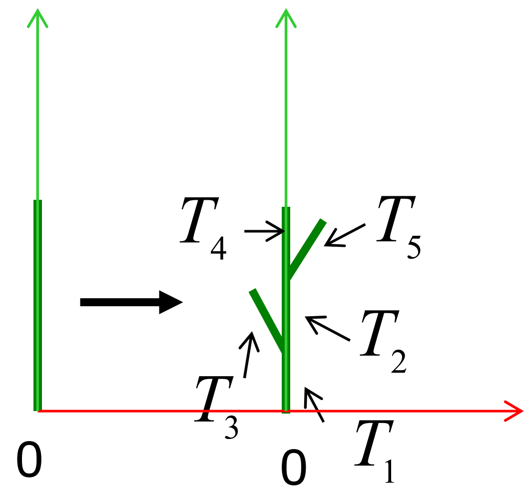
прва итерација

иницијатор генератор=5 скалираних копија иницијатора

Свака од 5 скалираних копија иницијатора је резултат примене једне од 5 афиних трансформација T_1, T_2,..., T_5.

Фрактална геометрија

генерисање фрактала детерминистички ИФС



T_1 - Skaliranje po y sa $\frac{1}{3}$

T_2 - Skaliranje po y sa $\frac{1}{3}$ + translacija po y za $\frac{1}{3}$

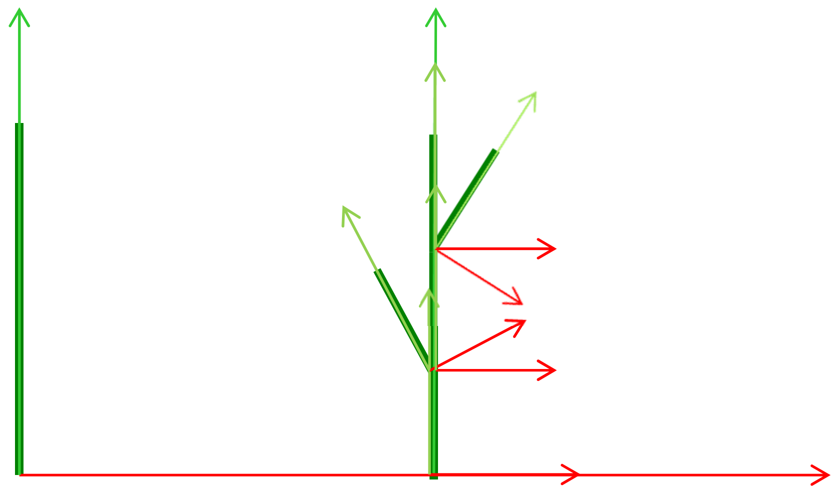
T_3 Skaliranje po y sa $\frac{1}{3}$ + rotacija za ugao α + translacija po y za $\frac{1}{3}$

T_4 - Skaliranje po y sa $\frac{1}{3}$ + translacija po y za $\frac{2}{3}$

T_5 - Skaliranje po y sa $\frac{1}{3}$ +rotacija za ugao $-\alpha$ + translacija po y za $\frac{2}{3}$

Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



Пет трансформација

$$T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$$

Резултат прве итерације:

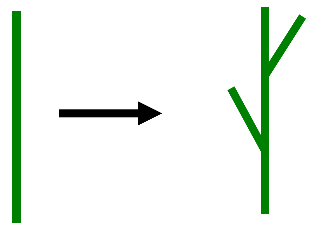
Пет трансформисаних објеката

Пет трансформација координатног система

У другој итерацији се поступак понавља, на сваки од добијених објеката у првој итерацији у оквиру одговарајућег координатног система примењују се трансформације T_1, T_2, T_3, T_4, T_5

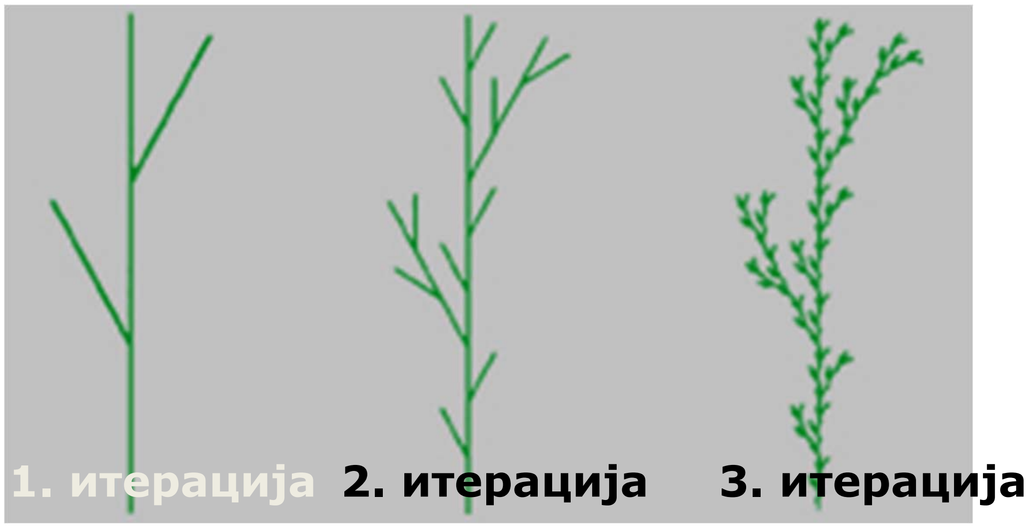
Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



У другој итерацији, свака од 5 скалираних копија иницијатора преузима улогу иницијатора и поступак се понавља...

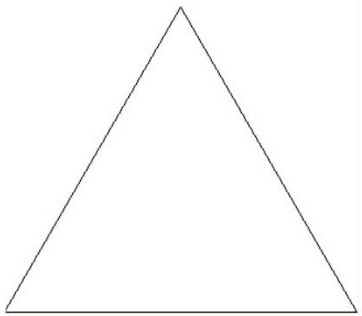
Добија се редом:



Фрактална геометрија

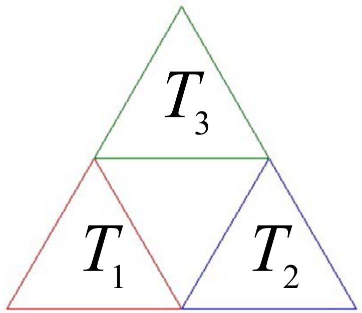
ДЕТЕРМИНИСТИЧКИ ИФС – троугао Серпинског

1



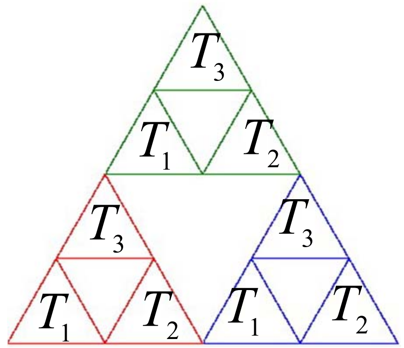
иницијатор

2

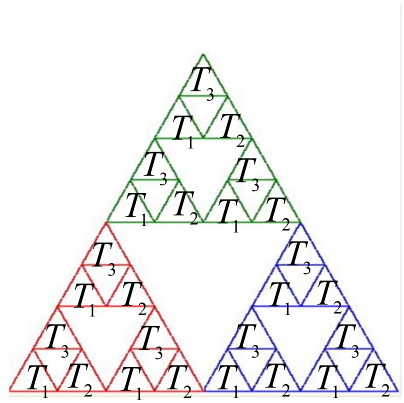


генератор

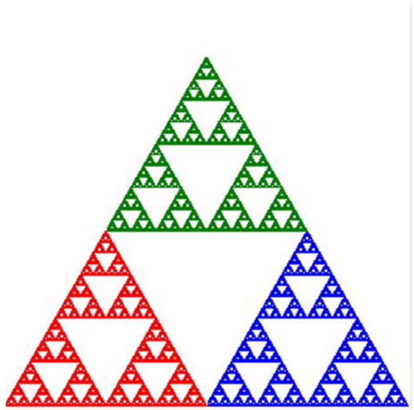
3

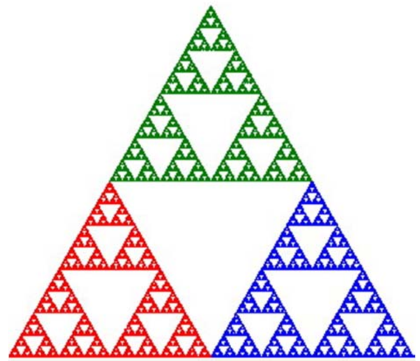


4



7

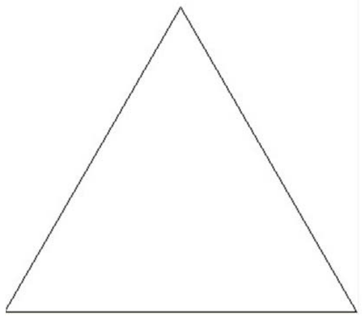




Фрактална геометрија

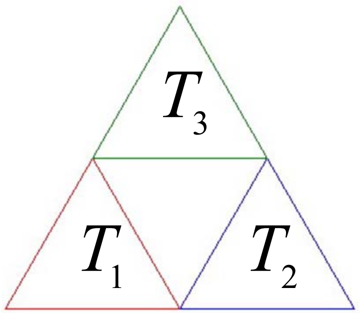
ДЕТЕРМИНИСТИЧКИ ИФС – троугао Серпинског

1



иницијатор

2



генератор

$$T_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x' = \frac{1}{2}x$$
$$y' = \frac{1}{2}y$$
$$1 = 1$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

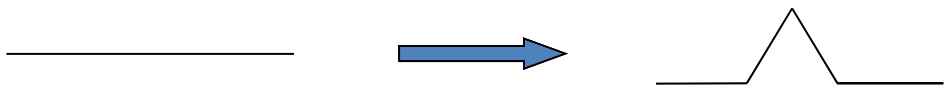
$$x' = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$
$$y' = \frac{1}{2}y$$
$$1 = 1$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

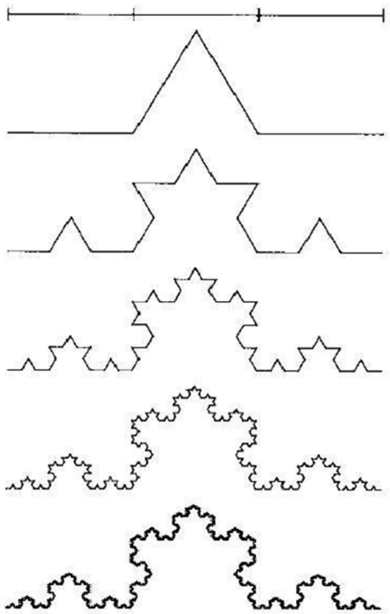
$$x' = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$
$$y' = \frac{1}{2}y + \frac{\sqrt{3}}{4}$$
$$1 = 1$$

Фрактална геометрија
ДЕТЕРМИНИСТИЧКИ ИФС – Кохова крива

иницијатор генератор=4 скалиране копије иницијатора



$$T_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ скалирање

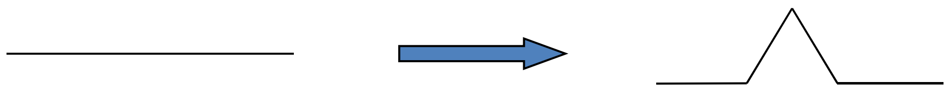


$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Скалирање + ротација за 60^0+транслација za $\frac{1}{3}$

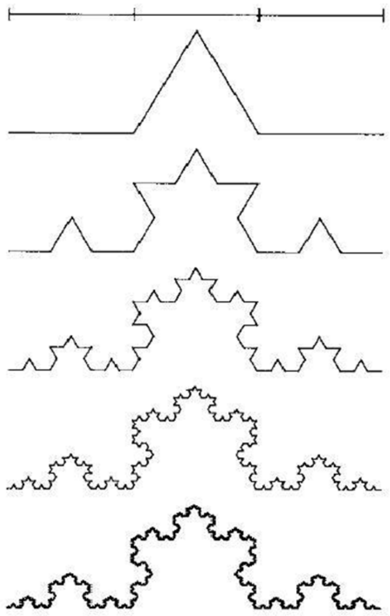
Фрактална геометрија
ДЕТЕРМИНИСТИЧКИ ИФС – Кохова крива

иницијатор генератор=4 скалиране копије иницијатора



$$T_4 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Скалирање + транслација

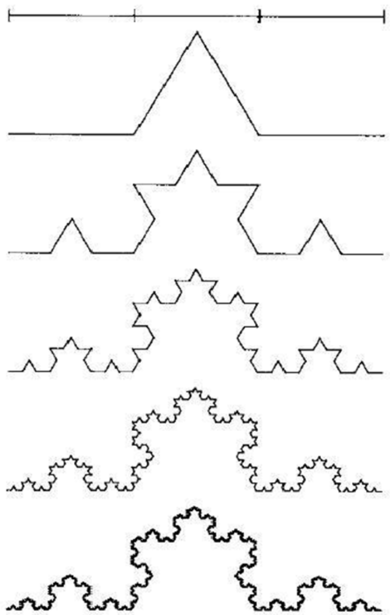


$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Скалирање + ротација за 120^0 +транслација za $\frac{2}{3}$

Фрактална геометрија

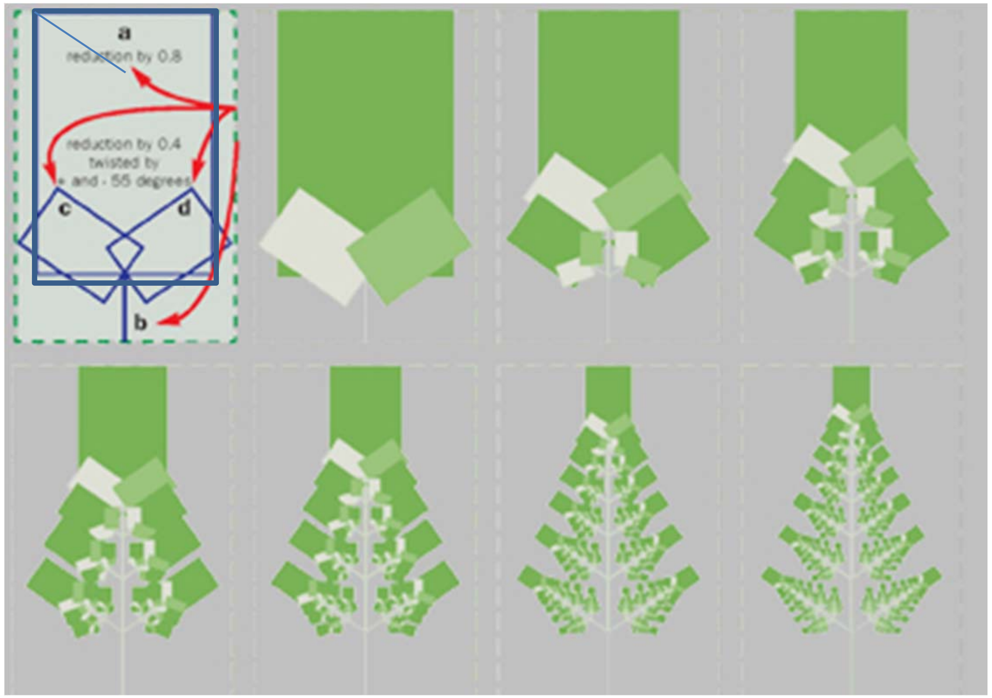
ДЕТЕРМИНИСТИЧКИ ИФС – Кохова крива

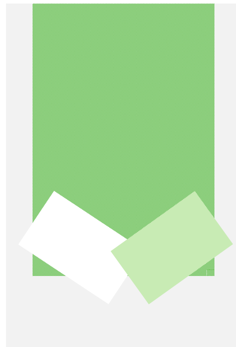


$$T_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{2}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_4 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

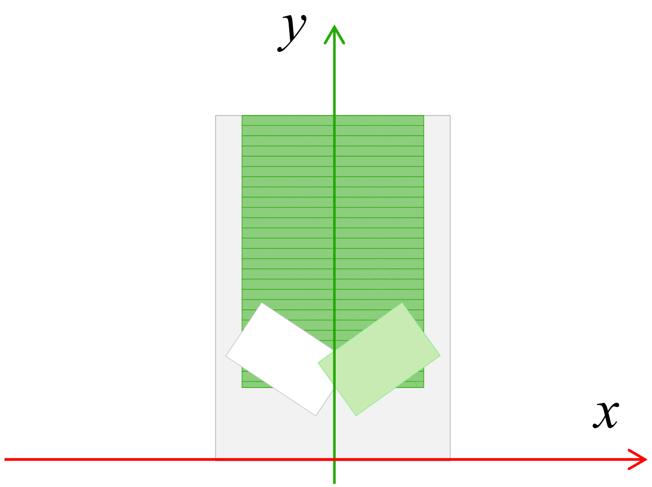
Фрактална геометрија
генерисање фрактала - детерминистички ИФС

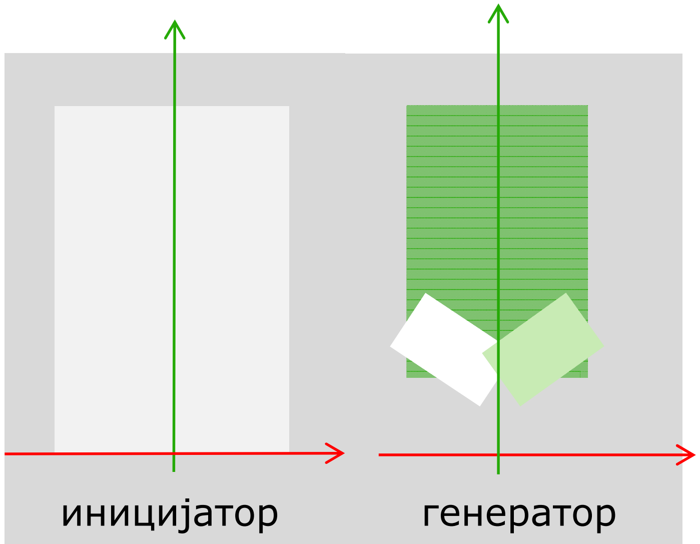




Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС





$$T_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

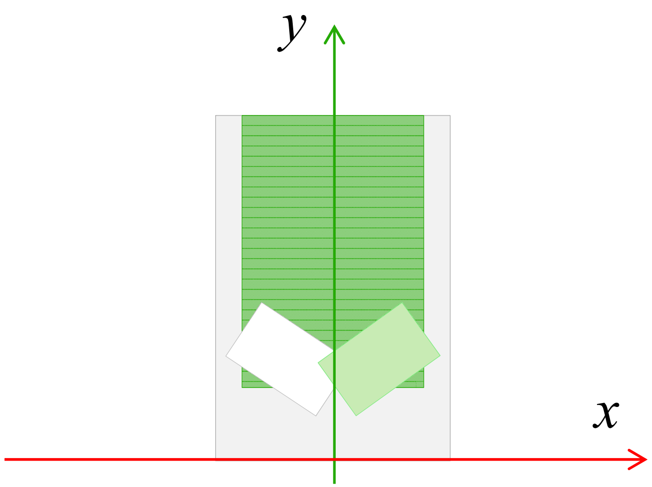
Скалирање (0.8) +
транслација (0.2)

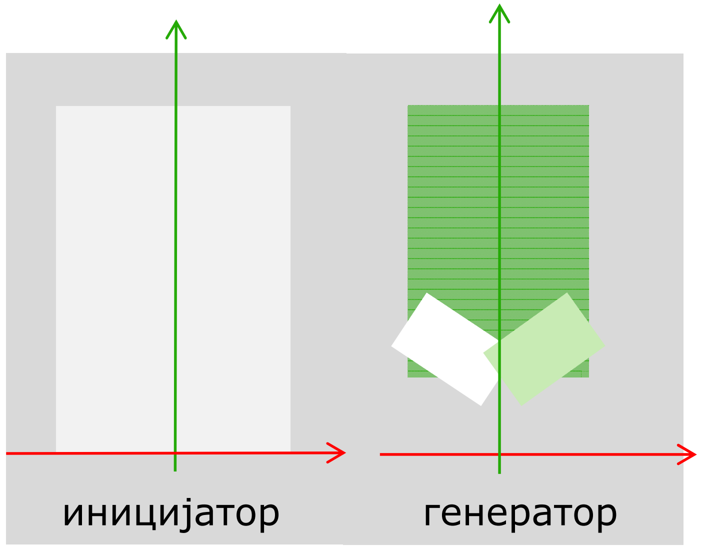
$$T_2 = \begin{bmatrix} 0.32\cos 55^0 & -0.32\sin 55^0 & 0 \\ 0.32\sin 55^0 & 0.32\cos 55^0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Скалирање(0.32) +
ротација(55)+translacija(0.2)

Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



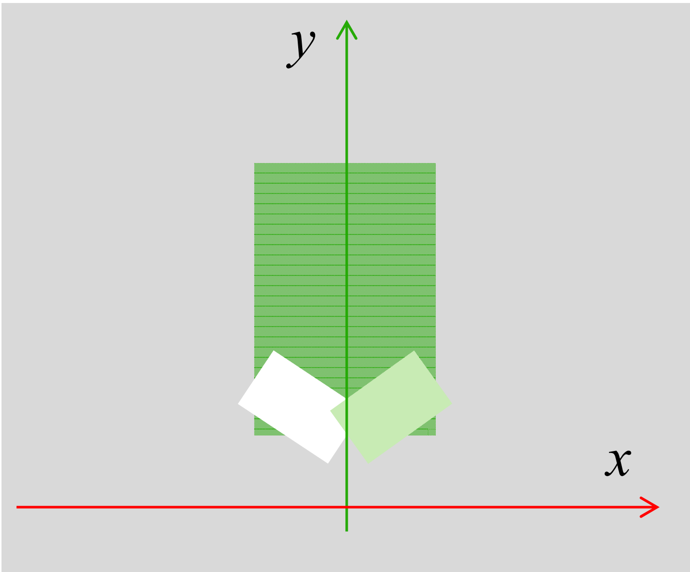


$$T_3 = \begin{bmatrix} 0.32\cos 55^0 & 0.32\sin 55^0 & 0 \\ -0.32\sin 55^0 & 0.32\cos 55^0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

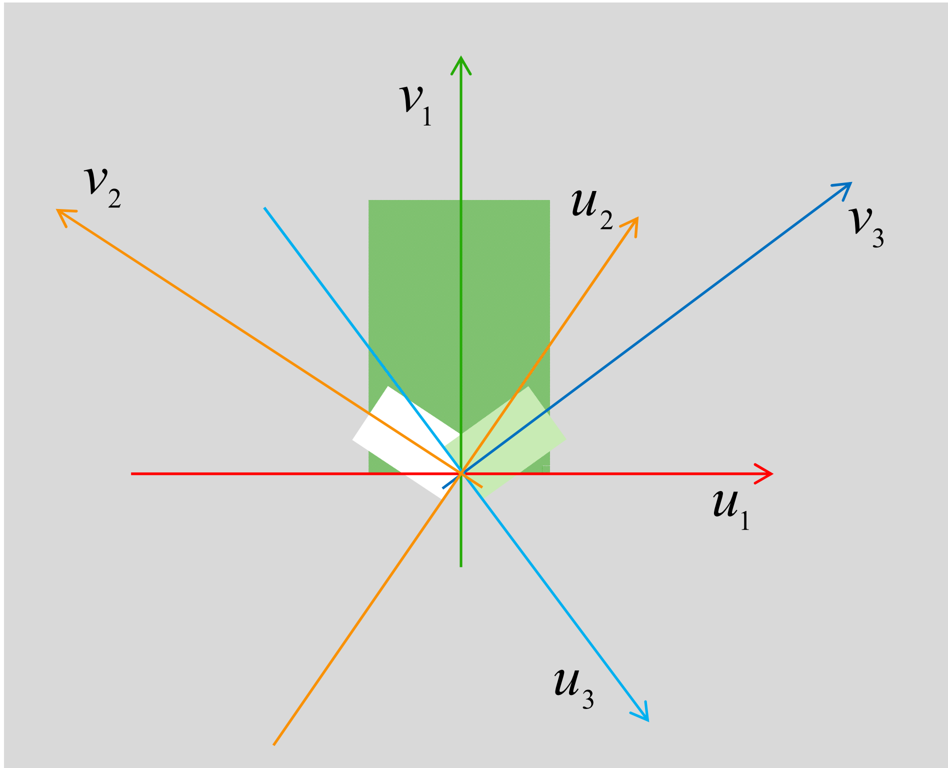
Скалирање(0.32) + ротација(-55)+транслација(0.2)

Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС



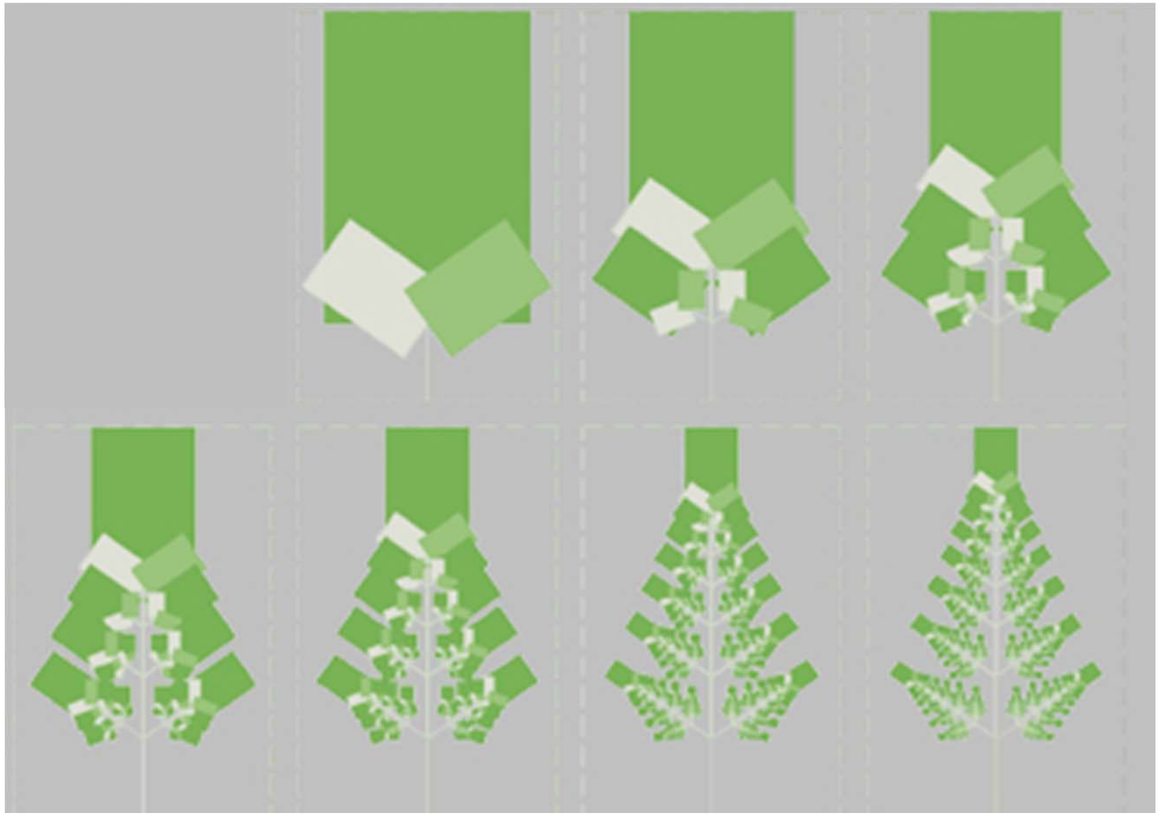
Прва итерација



Трансформације координатног
система у току прве итерација

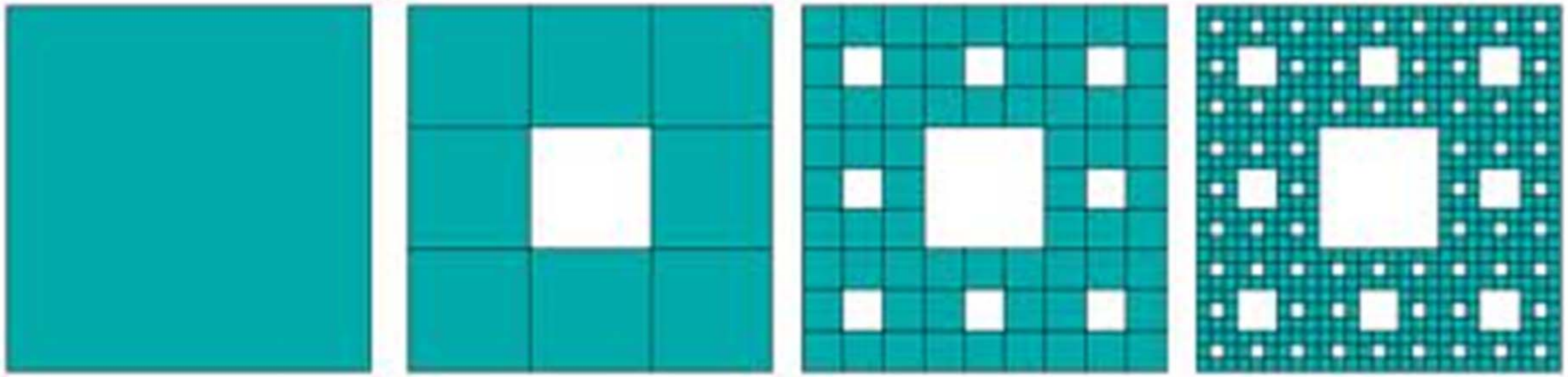
Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС

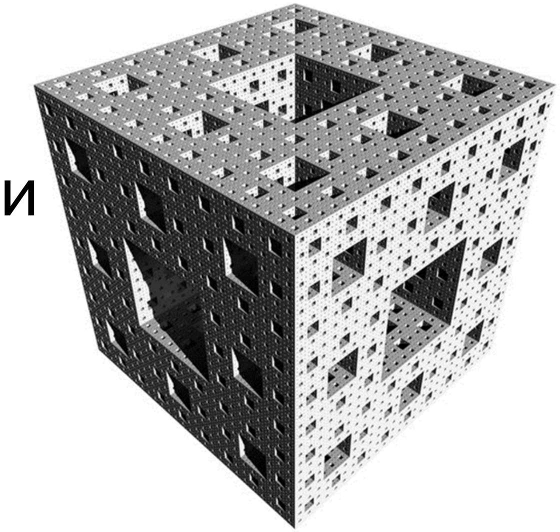


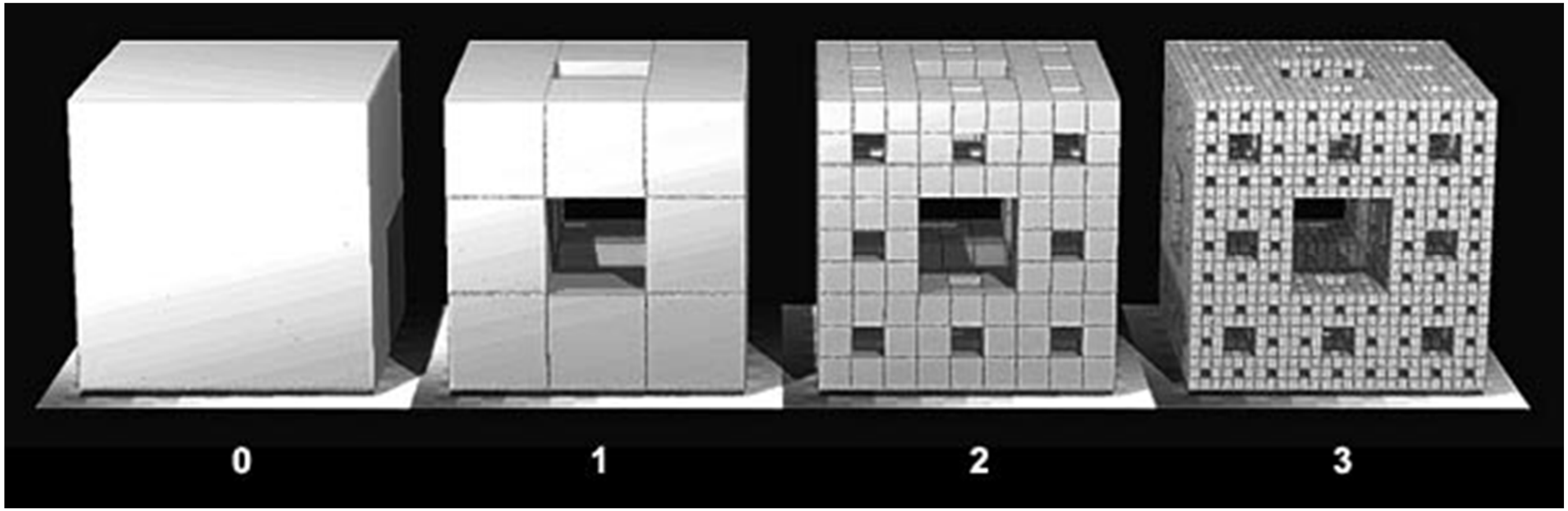
Фрактална геометрија

генерисање фрактала - детерминистички ИФС

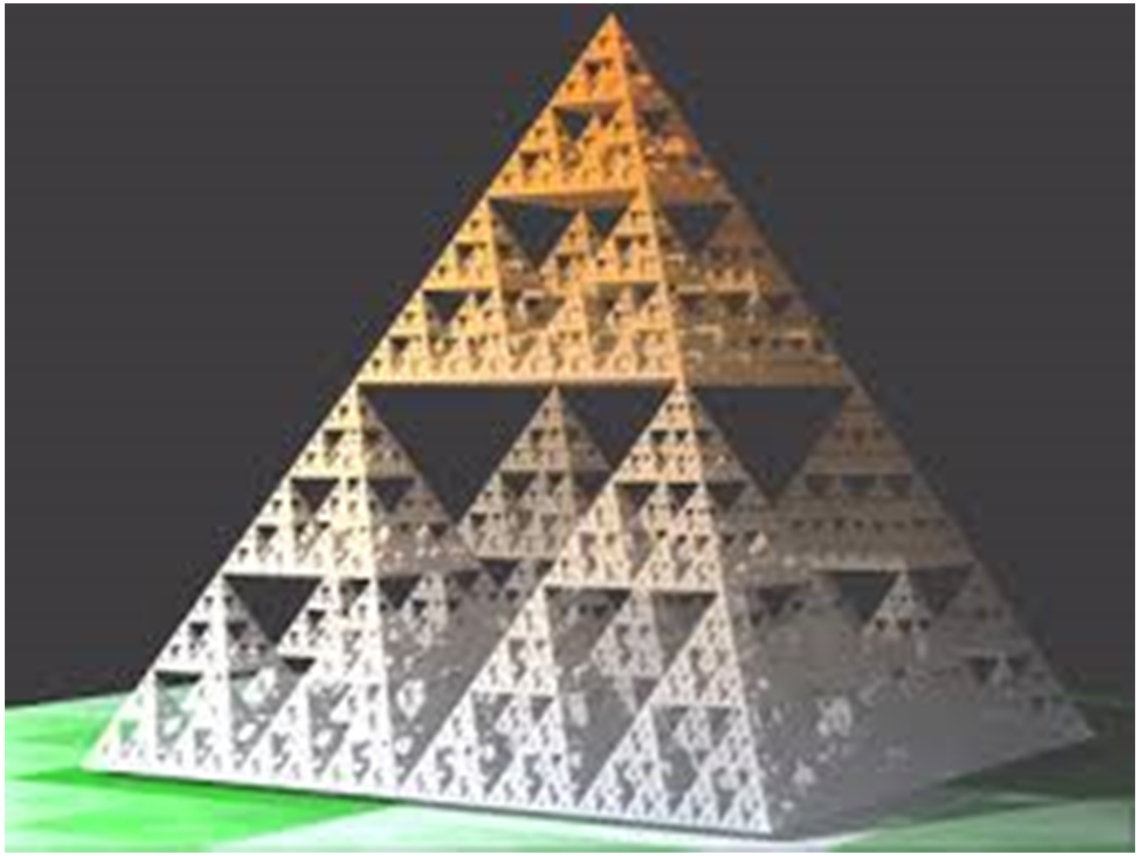


Фрактална геометрија
генерисање фрактала – 3D фрактали



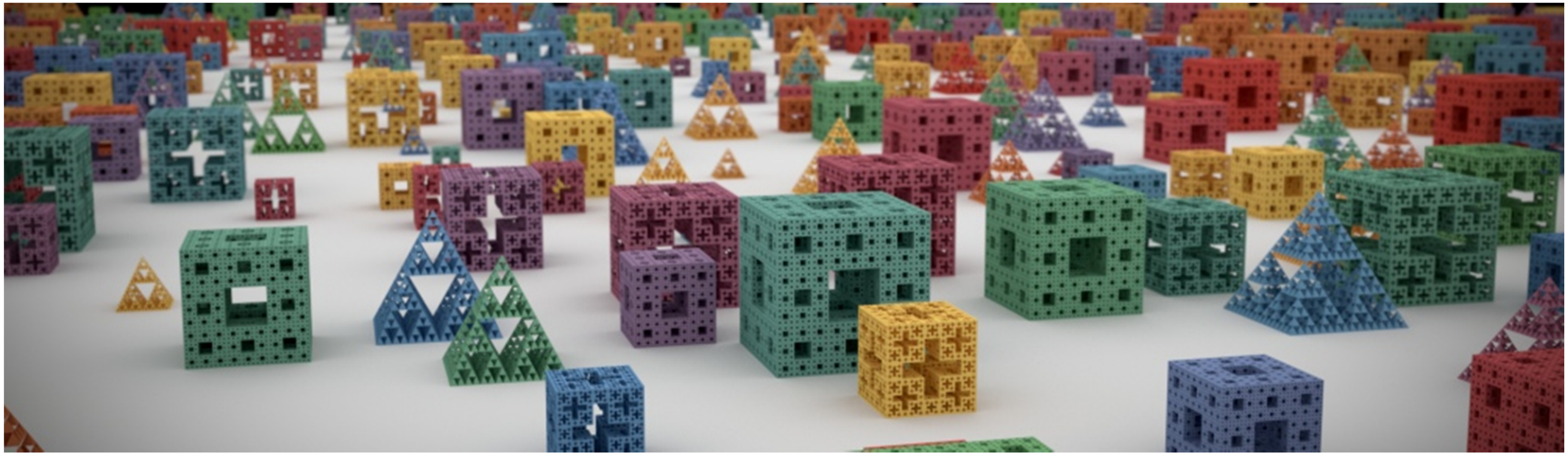


Фрактална геометрија
генерисање фрактала – 3D фрактали



Фрактална геометрија

генерисање фрактала – 3D фрактали

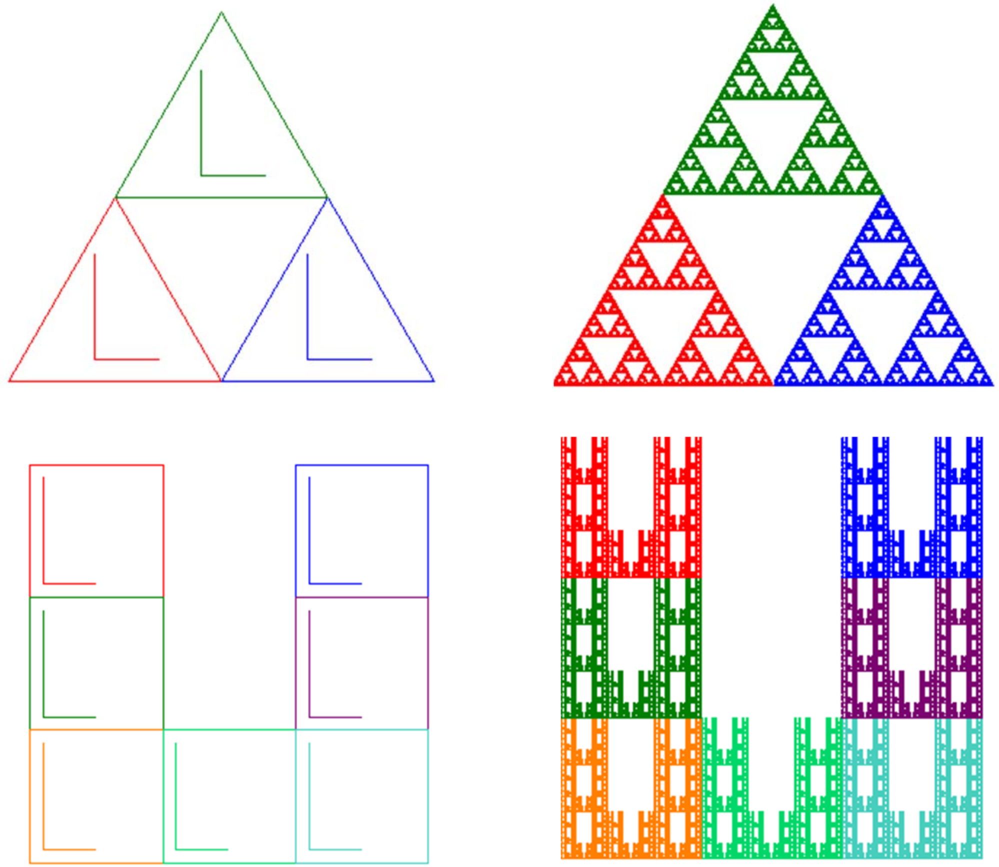


Фрактална геометрија
самосличност фрактала

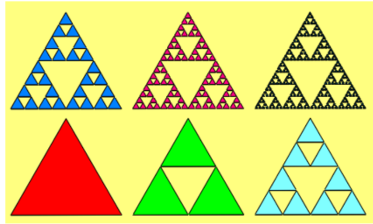
Фрактал је сам себи сличан, његови делови изгледају као и он цео

Фрактална геометрија
самослични фрактали

Фрактали који настају помоћу генератора који се састоји од више скалираних копија иницијатора са истим фактором скалирања су самослични фрактали. Све скалиране копије су међусобно подударне и сличне су са иницијатором.



Фрактална геометрија
троугао Сиерпинског - самосличност

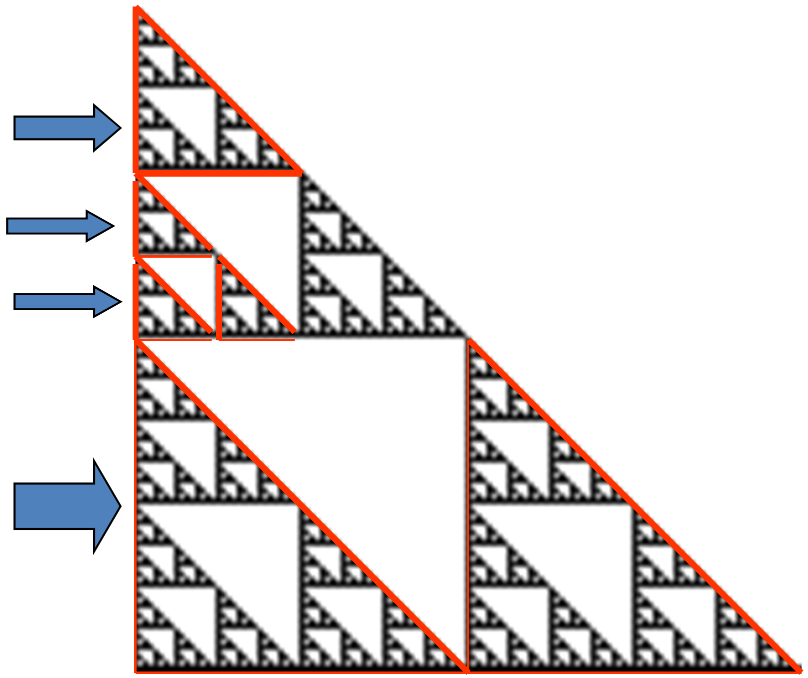


Троугао Сиерпинског је самосличан фрактал. Састоји се од делова који представљају скалиране копије самог себе. Ти делови су, такође, троуглови Сиерпинског.

Мањи

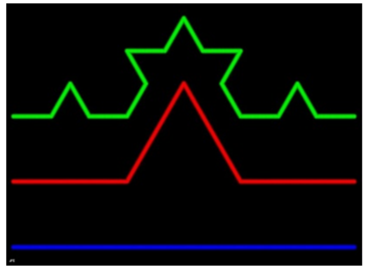
троуглови

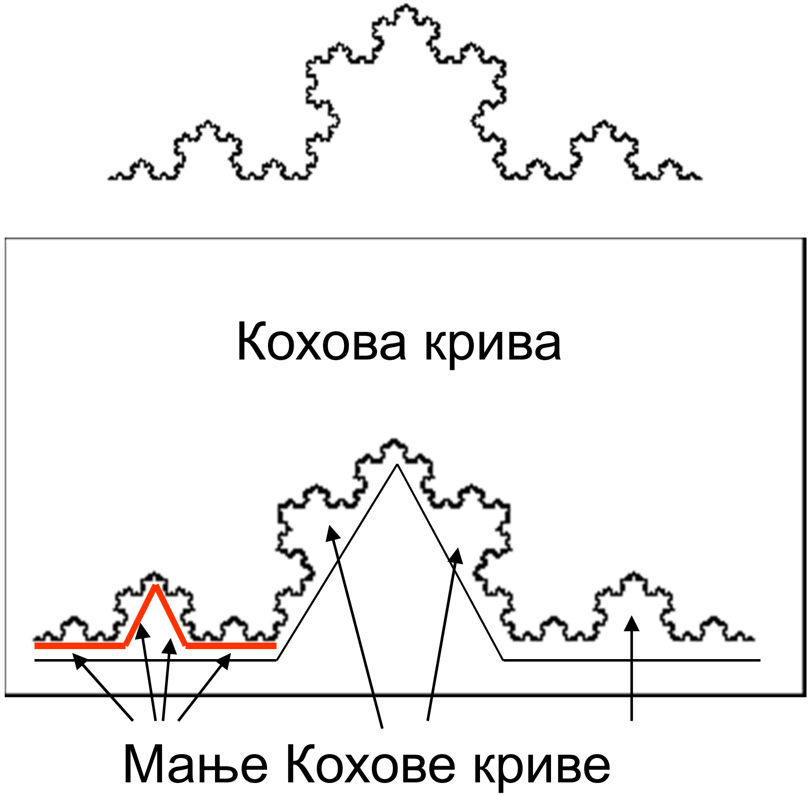
Сиерпинског



Фрактална геометрија

Кохова крива - самосличност





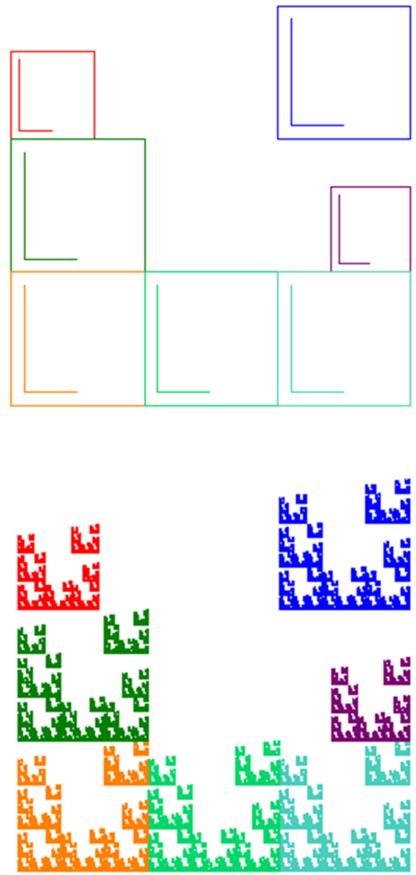
Кохова крива је самосличан фрактал. Састоји се од делова који представљају скалиране копије саме себе. Ти делови су, такође, Кохове криве.

Фрактална геометрија

самослични фрактали – модификације

У фракталној геометрији су интересантне различите модификације самосличности.

Уколико се генератор састоји од више скалираних копија иницијатора са различитим факторима скалирања, све скалиране копије су међусобно сличне и сличне су са иницијатором. Сваки од делова који настају је сличан читавом фракталу, само су коефицијенти сличности различити.



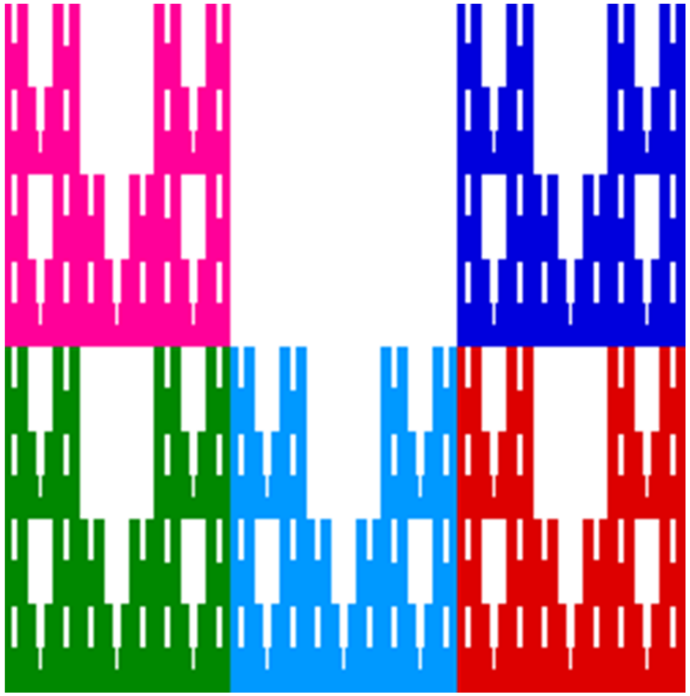
Фрактална геометрија
самослични фрактали – модификације

Фрактал је самосличан. Састоји се од делова (различитих величина) који представљају скалиране копије самог себе.

Фрактална геометрија

самослични фрактали – модификације

У случају неуниформног скалирања и подударних скалираних копија фрактал је самоафини.



Фактор скалирања

дуж x - осе је $1/3$.

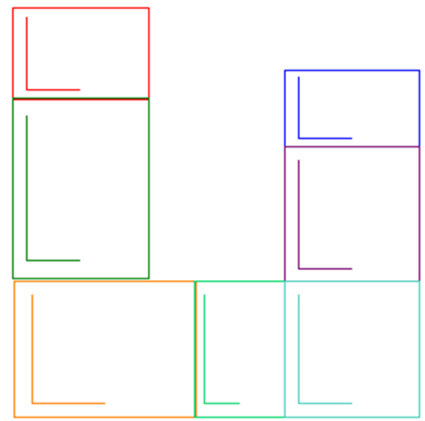
Фактор скалирања

дуж y - осе је $1/2$.

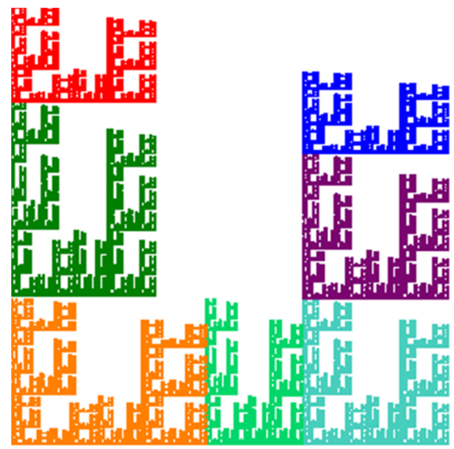
Фрактална геометрија

самослични фрактали – модификације

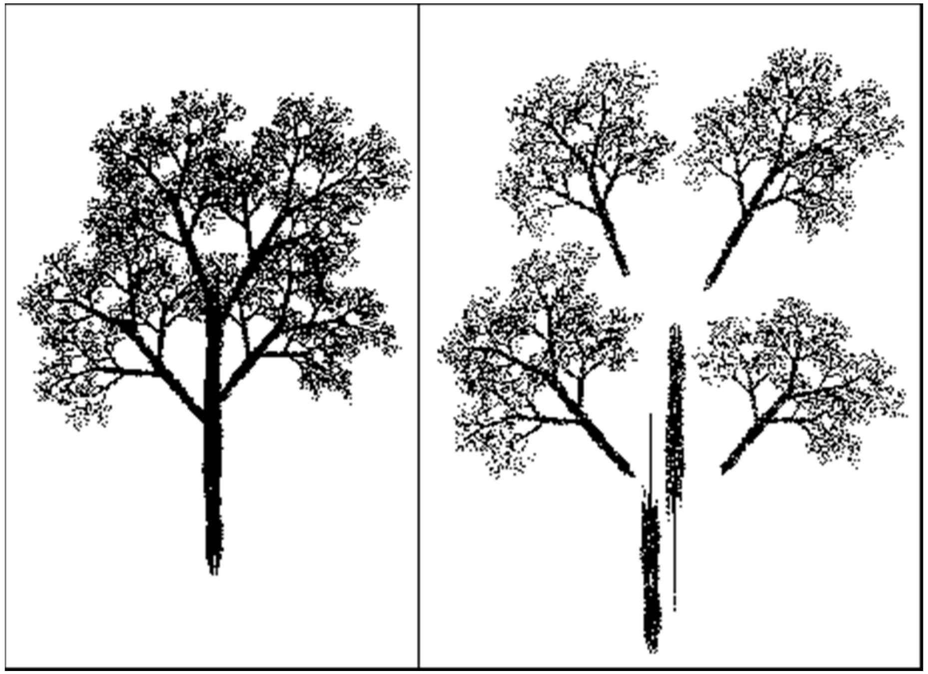
У случају неуниформног скалирања и неподударних скалираних копија фрактал је самоафини.



У општем случају неуниформног скалирања када скалиране копије које чине генератор нису узајамно подударне, сваки од делова настаје неуниформним скалирањем читавог фрактала, само су коефицијенти скалирања за различите делове различити.



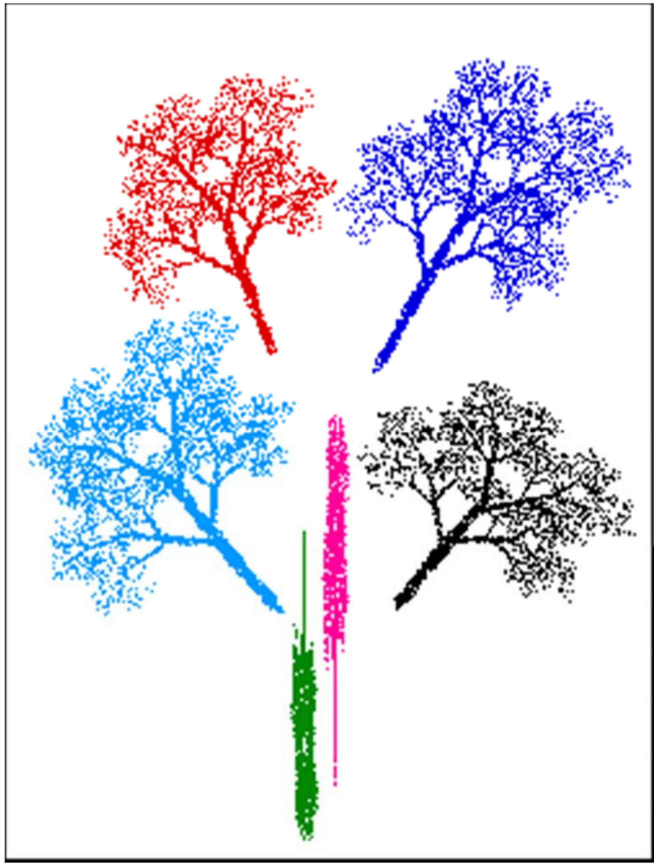
Фрактална геометрија
самослични фрактали – модификације



Свака грана је скалирана копија целог дрвета

Фрактална геометрија

самослични фрактали – модификације



самоафини

$T_1, \quad T_2, \quad T_3, \quad T_4, \quad T_5$

r	s	θ	φ	e	f
0.050	0.600	0.000	0.000	0.000	0.000
0.050	-0.50	0.000	0.000	0.000	1.000
0.600	0.500	40.000	40.000	0.000	0.600
0.500	0.450	20.000	20.000	0.000	1.100
0.500	0.550	-30.000	-30.000	0.000	1.000
0.550	0.400	-40.000	-40.000	0.000	0.700

Фрактална геометрија
генерисање фрактала - самосличност фрактала

Фрактална структура у математичком смислу настаје у бесконачном итеративном процесу, рекурзијама, у којима се математички једноставна процедура, једноставан конструктивни поступак понавља, дејствујући у свакој итерацији на резултате претходне итерације. Присуство скалирања у самом конструктивном поступку обезбеђује самосличност и самоафиност фрактала, исте геометријске облике кроз све размере. Све ситнији делови фрактала представљају умањене копије целог фракталног објекта.

Фрактална геометрија
фрактали у природи – статистичка самосличност – коначан број итерација

Међутим, у природи не постоје математички дефинисане фракталне форме генерисане у бескончном броју корака и са бесконачним бројем размера, они се виде као резултат неколико итерација, неколико размера али је препознатљива њихова самосличност и самоафиност. Осим тога самосличност и самоафиност, такође нису у строгом математичком смислу, већ се појављују статистичка самосличност и самоафиност које се постижу варијацијом (рандом вредностима) параметара афиних трансформација.

Фрактална геометрија

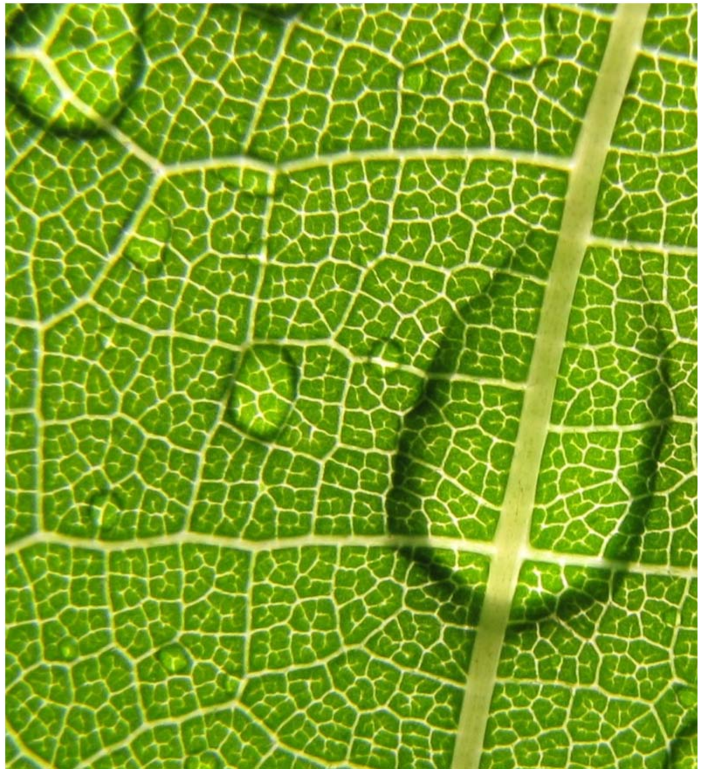
фрактали у природи – статистичка самосличност – коначан број итерација

Фрактална геометрија

фрактали у природи – статистичка самосличност – коначан број итерација

Фрактална геометрија

фрактали у природи – статистичка самосличност – коначан број итерација



Фрактална геометрија

фрактали у природи – статистичка самосличност – коначан број итерација

Фрактална геометрија

фрактали у природи – статистичка самосличност – коначан број итерација

Фрактална геометрија

фрактали у природи – статистичка самосличност – коначан број итерација



Фрактална геометрија

примена у архитектури

Следећи специфичности фракталних структура у природи

- Коначан број итерација
- Често довољан мали број итерација 2-3 за препознатљивост фракталности

- Стохастички приступ

Фрактална геометрија
примена у архитектури

Фрактална геометрија
примена у архитектури

Фрактална геометрија
примена у архитектури

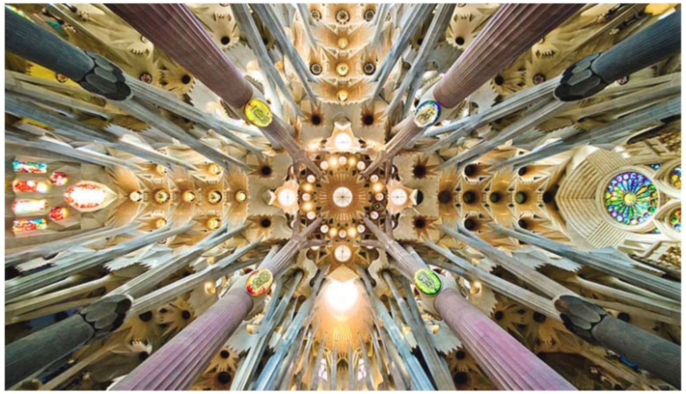
Фрактална геометрија
примена у архитектури

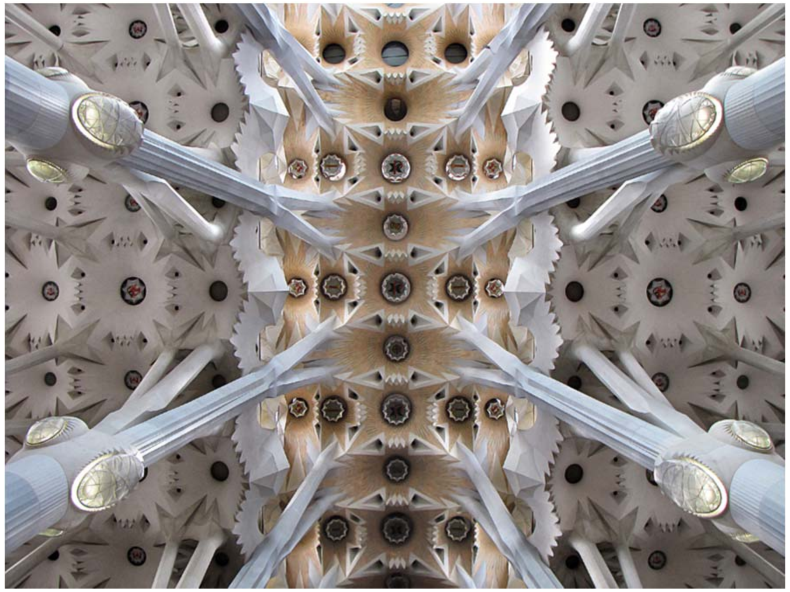
Математика у архитектури 1
Проф. др Љиљана Петрушевски

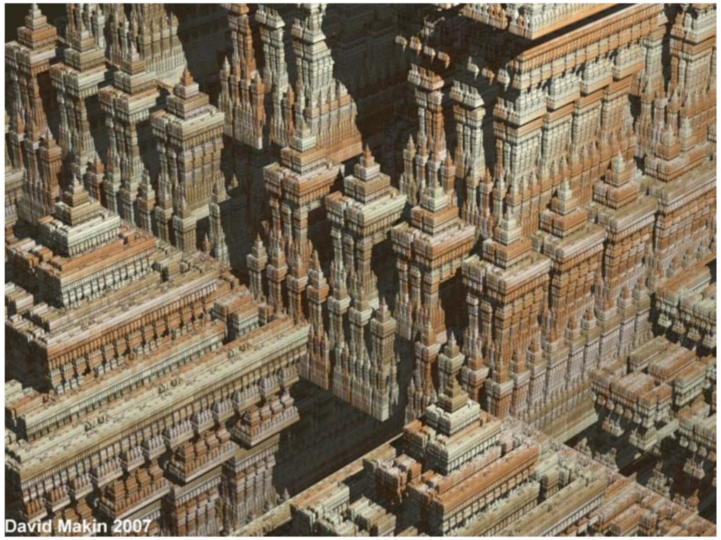
Фрактална геометрија
примена у архитектури

Математика у архитектури 1
Проф. др Љиљана Петрушевски

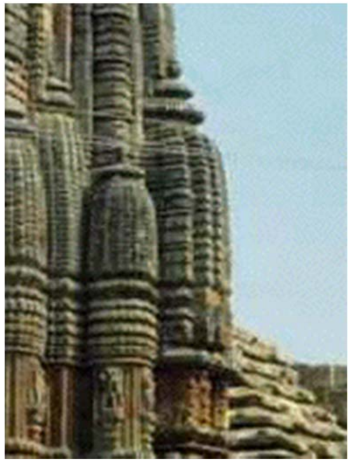
Фрактална геометрија
примена у архитектури



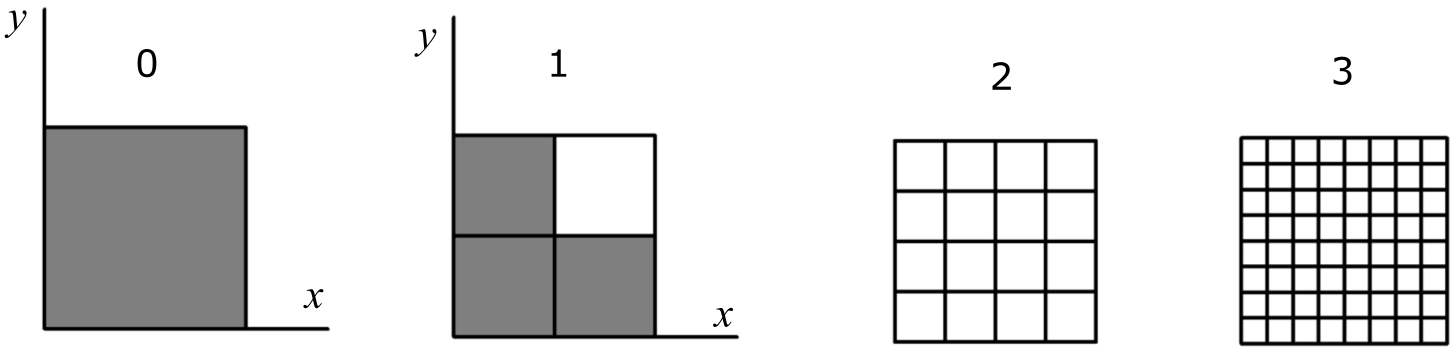




Фрактална геометрија
примена у архитектури



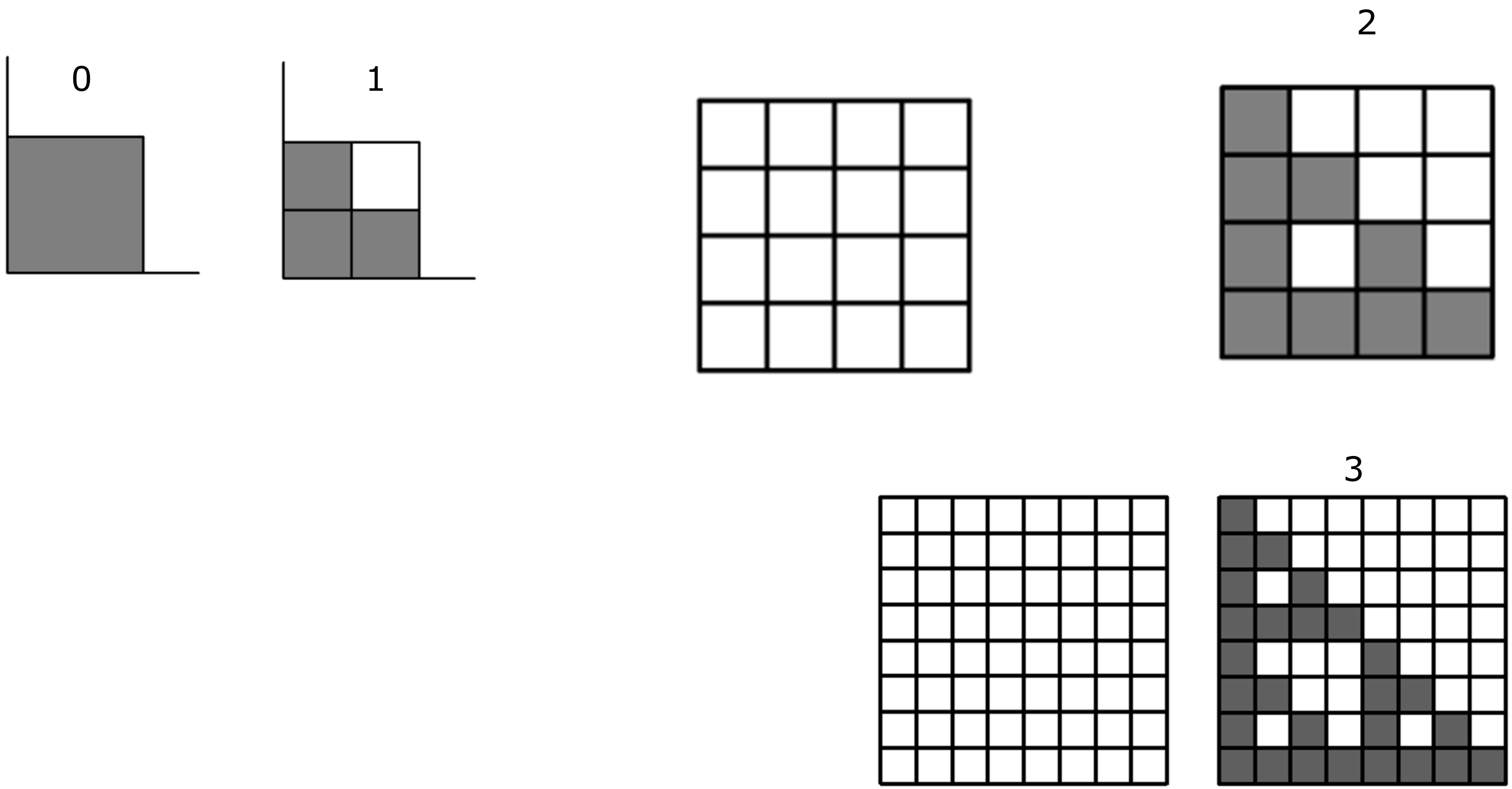
Написати матрице трансформација и у оквирима задатог грида исцртати следеће две итерације.



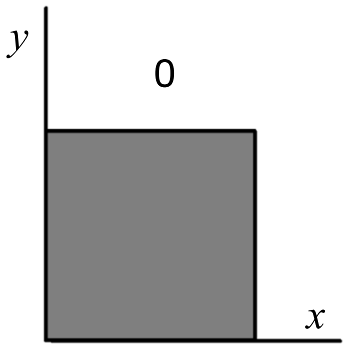
иницијатор

генератор

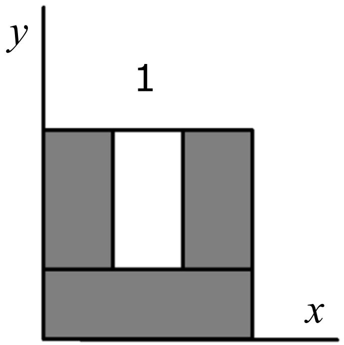
$$M_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


0
1
2
3

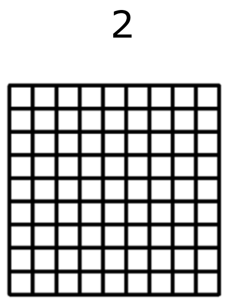
Написати матрице трансформација и у оквирима задатог грида исцртати следећу итерацију.



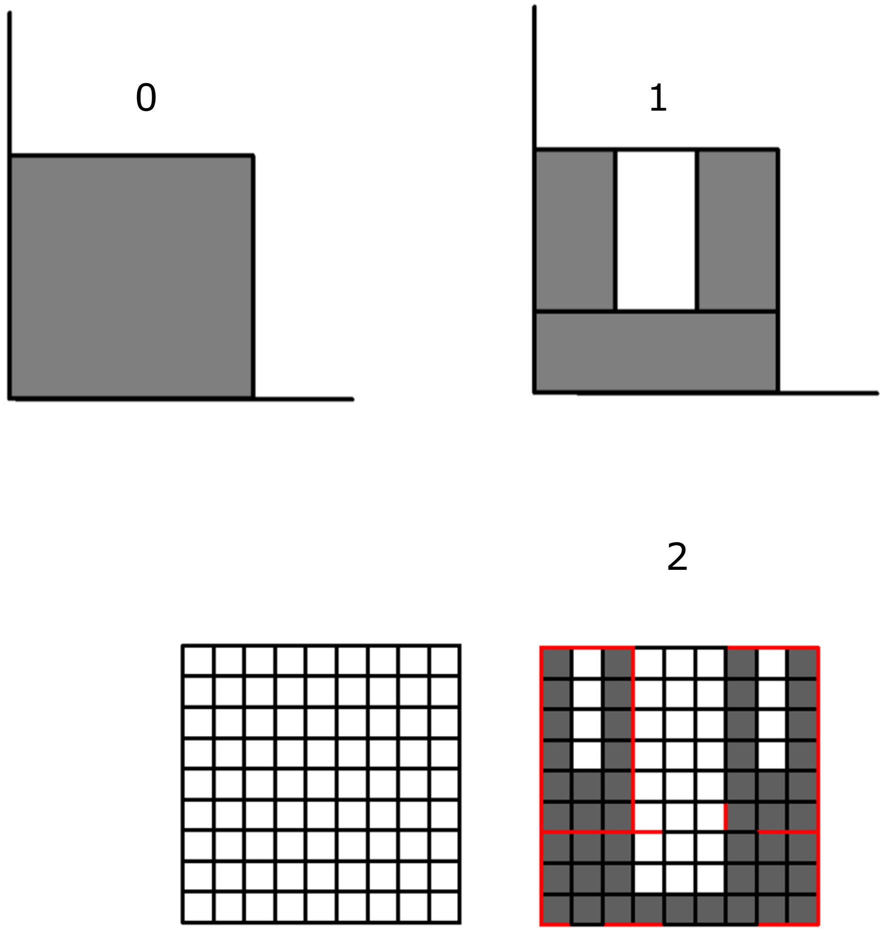
иницијатор



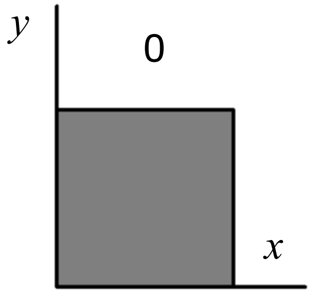
генератор



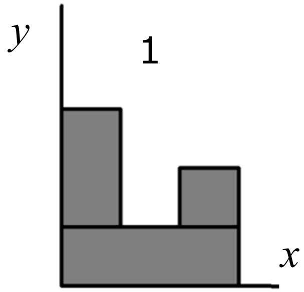
$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


0
1
2

Написати матрице трансформација и у оквирима задатог грида исцртати следећу итерацију.

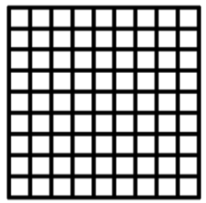


иницијатор



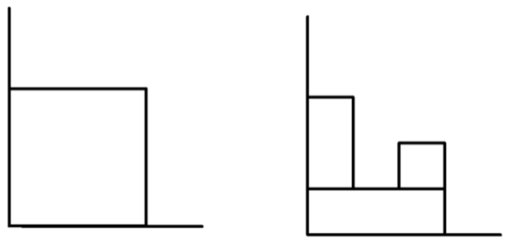
генератор

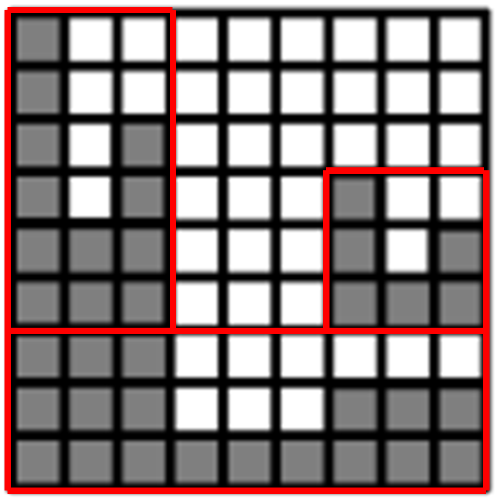
2

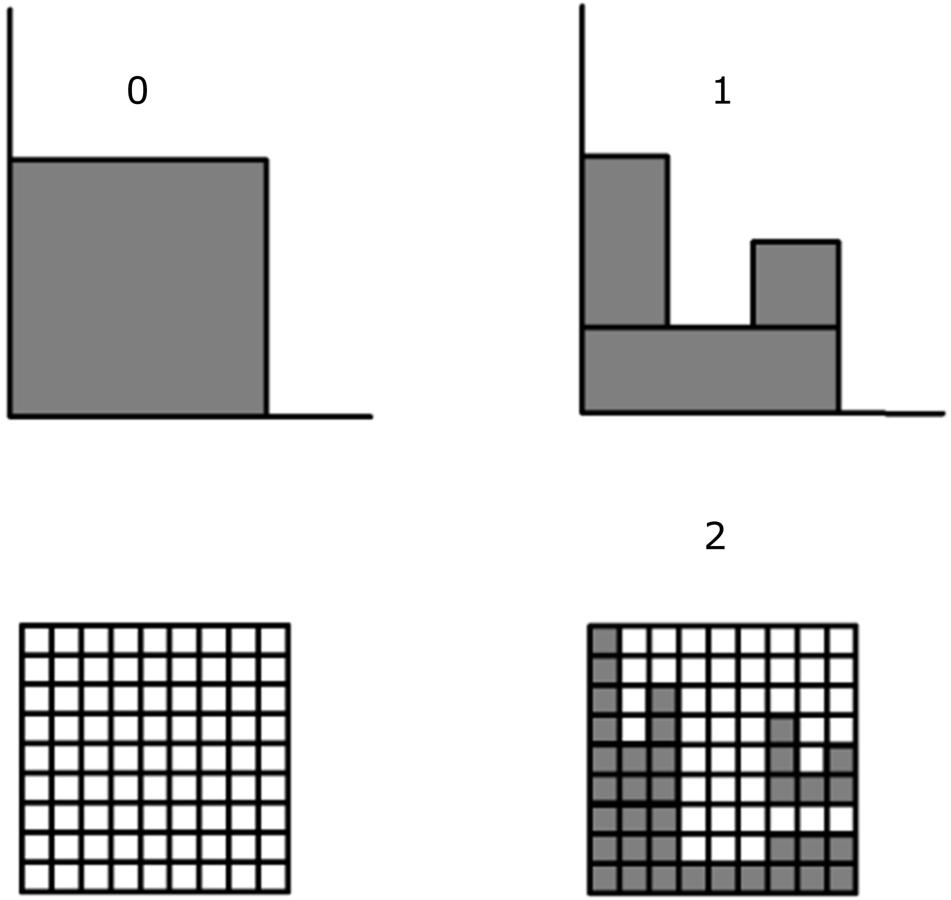


$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

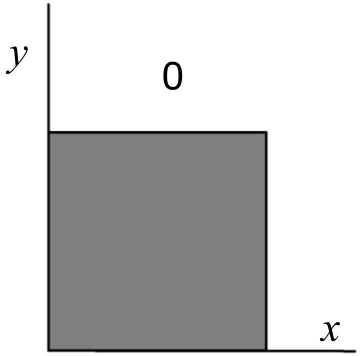
Додатна објашњења



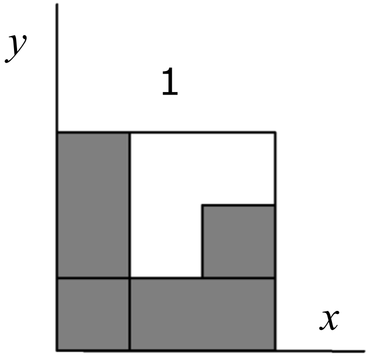




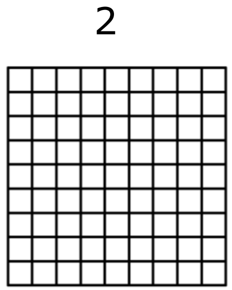
Написати матрице трансформација и у оквирима задатог грида исцртати следећу итерацију.

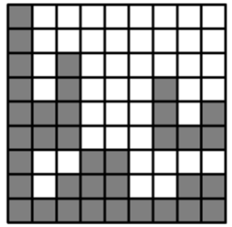


иницијатор



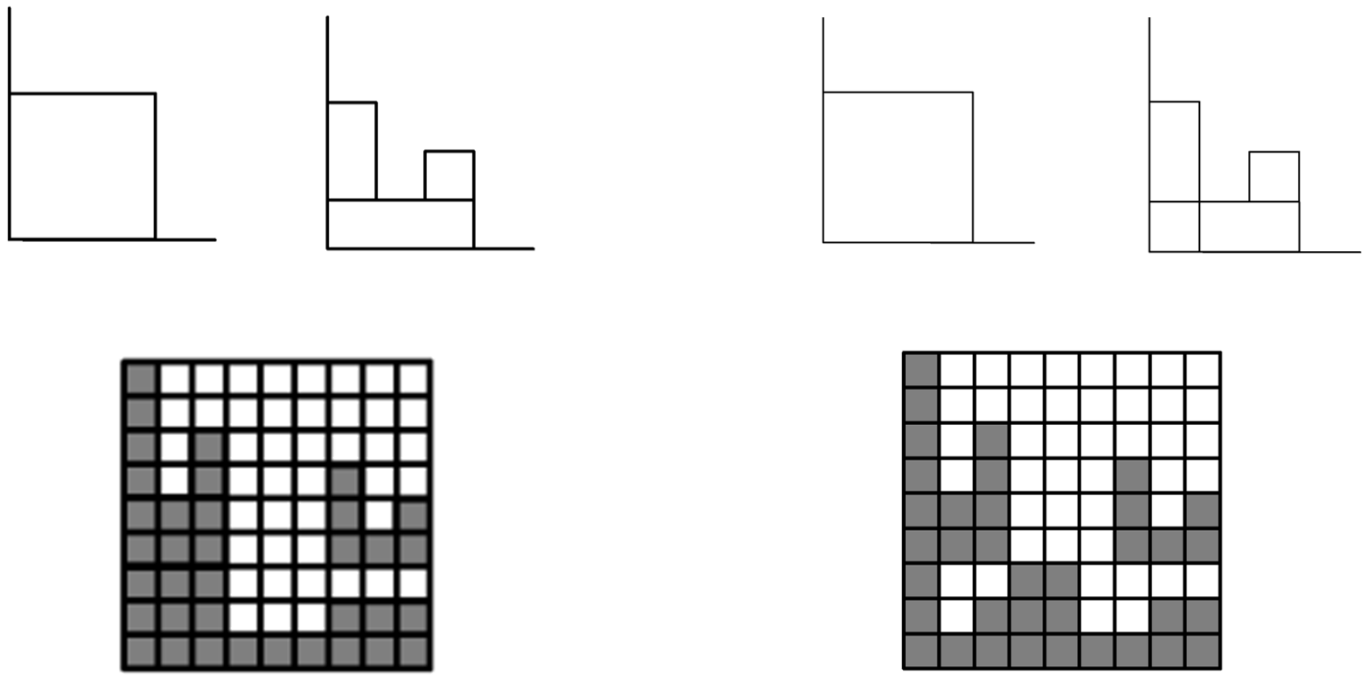
генератор



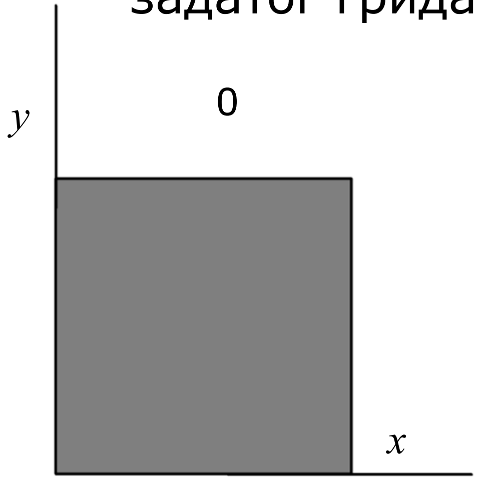


$$M_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_4 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

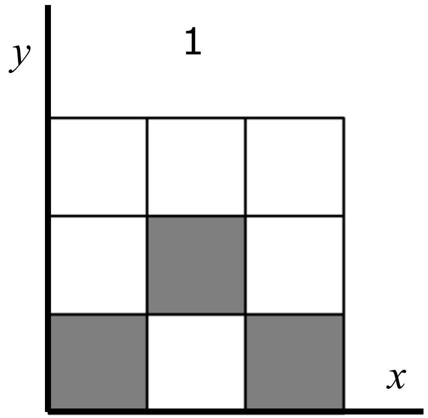
Поређење претходна два задатка



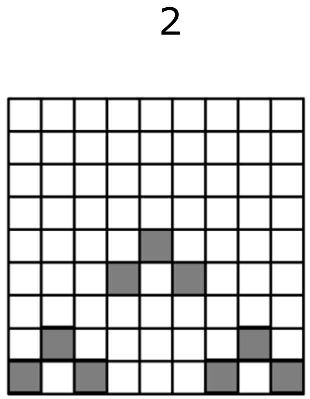
Написати матрице трансформација и у оквирима задатог грида исцртати следећу итерацију.



инициjатор

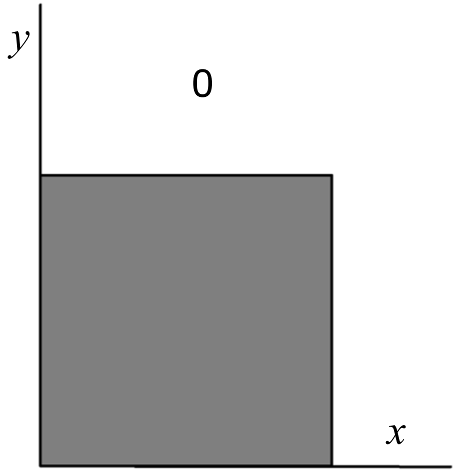


генератор

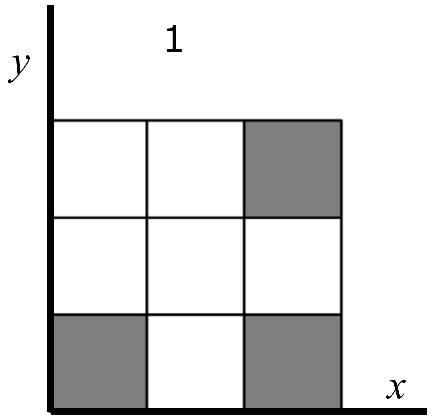


$$M_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

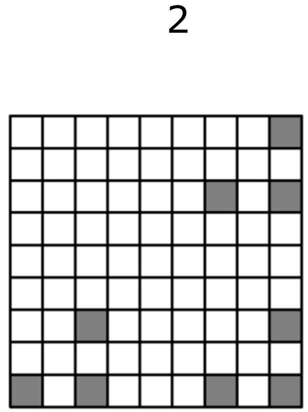
Написати матрице трансформација и у оквирима задатог грида исцртати следећу итерацију.



иницијатор

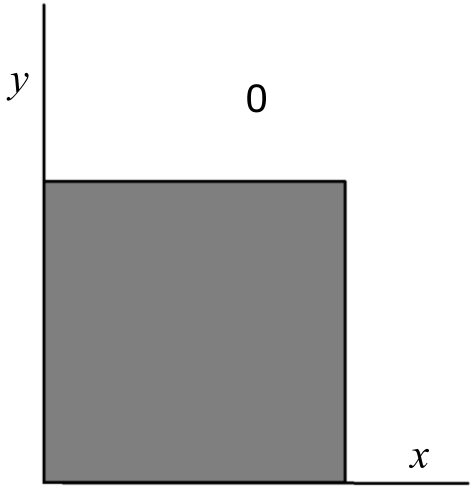


генератор

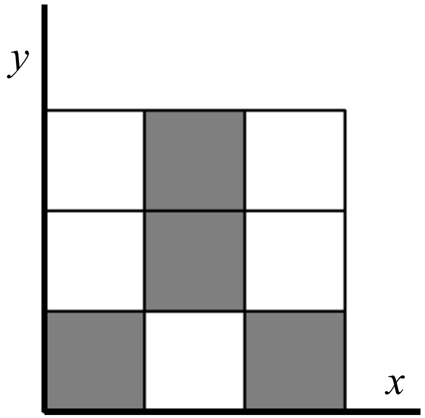


$$M_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

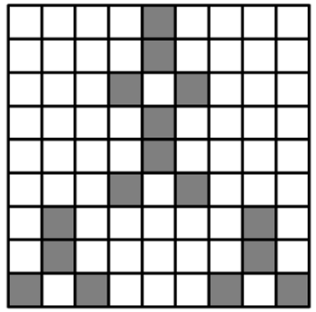
Написати матрице трансформација и у оквирима задатог грида исцртати следећу итерацију.



иницијатор

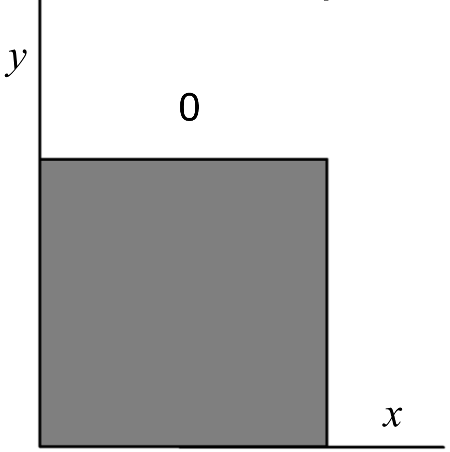


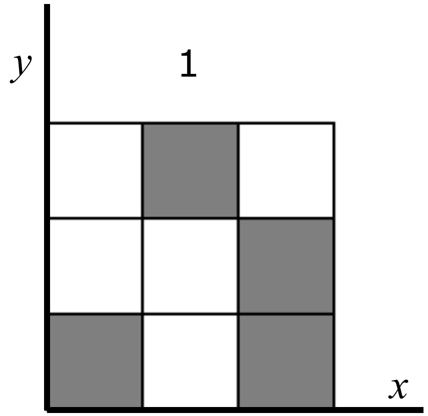
генератор

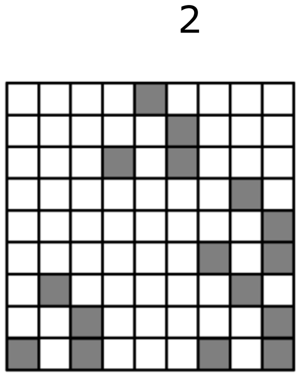


$$M_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_4 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Написати матрице трансформација и у оквирима задатог грида исцртати следећу итерацију.

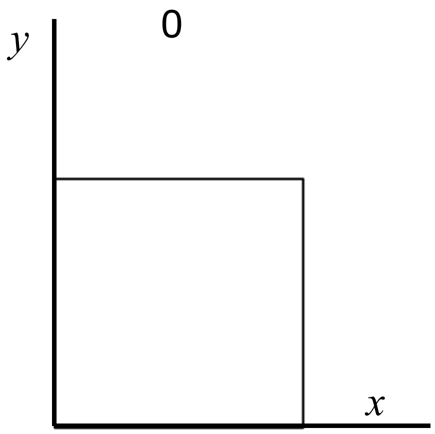


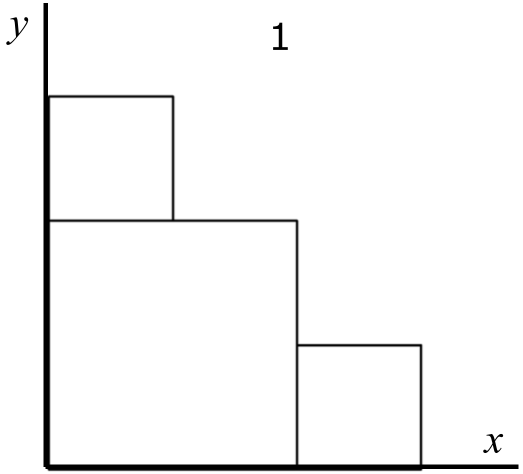


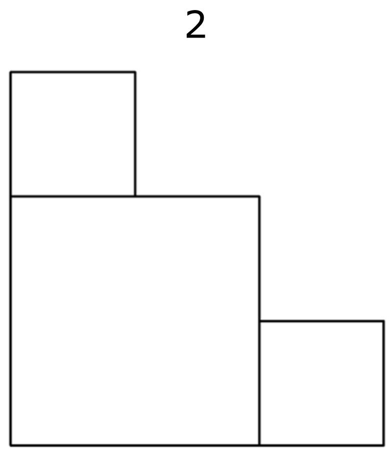


$$M_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_4 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

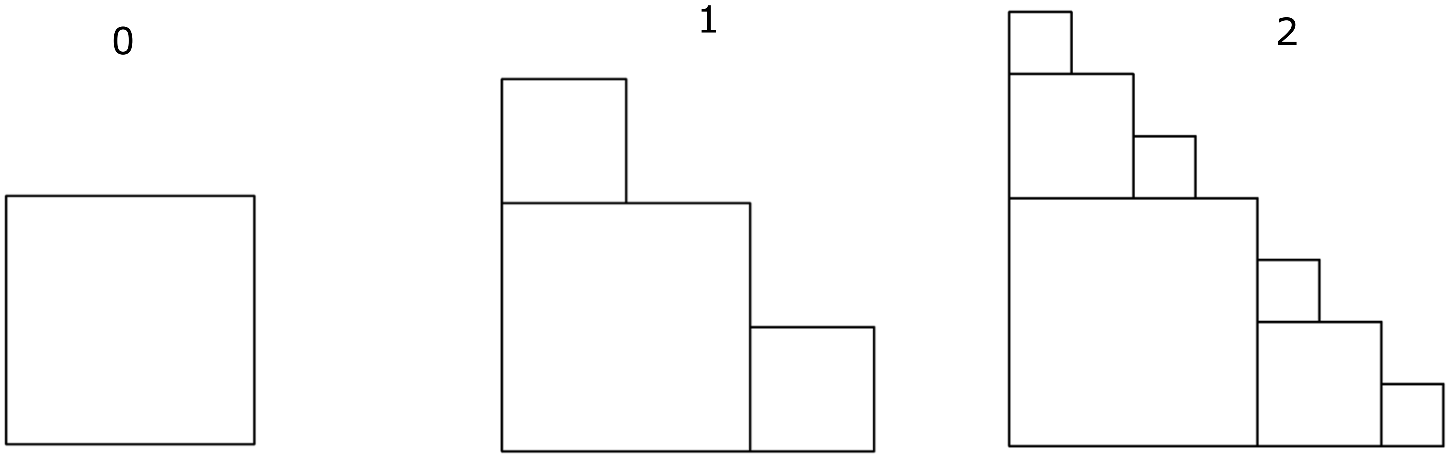
Написати матрице трансформација и цртежом приказати 2 итерацију.







$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


0
1
2