

## DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

**Uređeni par** elemenata ,  $a \in A$ ,  $b \in B$  označen sa  $(a, b)$ , je par elemenata u kome je bitan njihov poredak; tačno se zna koji je prvi, a koji je drugi element para. Za elemente  $a$  i  $b$  kaže se da su redom **prva i druga komponenta uređenog para** .

Uređeni parovi  $(a, b)$  i  $(c, d)$  su **jednaki** ako i samo ako su im jednake prve komponente ( $a = c$ ) i jednake druge komponente ( $b = d$ ) , tj.

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow (a = c \wedge b = d)$$

## DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

**Dekartov (direktni) proizvod** skupova  $A$  i  $B$ , u tom poretku, označen sa  $A \times B$ , je skup koji se sastoji od svih uređenih parova  $(a, b)$  sa komponentama  $a \in A$  i  $b \in B$ , tj.

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \wedge b \in B \}$$

Dekartov proizvod skupa  $A$  sa samim sobom označava se sa

$$A \times A = A^2 \quad \text{i naziva se } \mathbf{Dekartovim kvadratom skupa} .$$

## DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

**Primer.** Dekartov proizvod skupova  $A = \{1, 2, 3\}$  i  $B = \{a, b\}$  je skup

$$A \times B = \{ (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \}$$

**Primer.** Dekartov kvadrat skupa  $W = \{s, t\}$  je skup

$$W^2 = \{ (s, s), (s, t), (t, s), (t, t) \}$$

## DEKARTOV (DIREKTNI) PROIZVOD SKUPOVA

**Primer.**  $A = \{1, 2\}$        $B = \{2, 3\}$

$$A \times B = \{ (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3) \}$$

$$B \times A = \{ (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2) \}$$

---

$$A \times B \neq B \times A$$

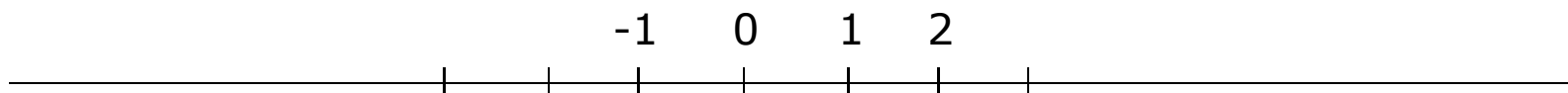
$$(2,3) \in A \times B$$

$$(2,3) \notin B \times A$$

Dekartov proizvod nije komutativna operacija.

## REALNA PRAVA

$R$  - skup realnih brojeva - realna prava

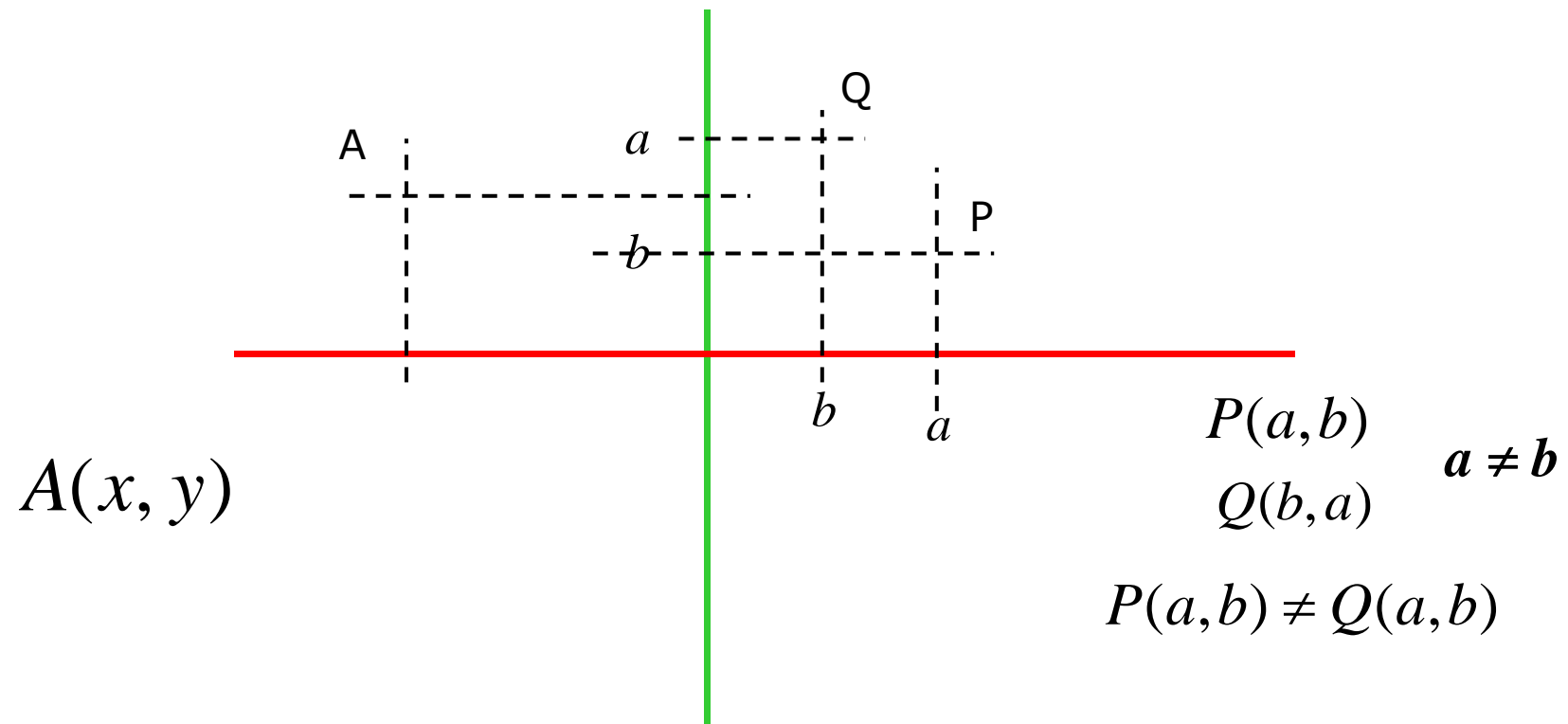


$N$  - skup prirodnih brojeva  
 $Z$  - skup celih brojeva  
 $Q$  - skup racionalnih brojeva  
 $R$  - skup realnih brojeva

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

## DEKARTOVA RAVAN

$$R^2 = R \times R = \{(x, y) \mid x, y \in R\}$$



## PRIRODNI BROJEVI

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$N^2 = N \times N = \{(i, j) \mid i, j \in N\}$$

$$a: N \rightarrow R \quad a_1, a_2, \dots \quad a_i, i = 1, 2, \dots \quad \text{niz}$$

$$b: N^2 \rightarrow R \quad a_{ij}, i = 1, 2, \dots \quad j = 1, 2, \dots \quad \text{dvodimenzionalni niz}$$

$$A: \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow R \quad \text{matrica}$$

# MATRICE

Preslikavanje

$$A: \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow R$$

je matrica tipa  $m \times n$ .

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$



# MATRICE

## Oznake

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad A = \left\| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{array} \right\| \quad A = \left( \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{array} \right)$$

$$A = [a_{ij}]_{m,n} = \|a_{ij}\|_{m,n} = (a_{ij})_{m,n}$$

## MATRICE

Uređene  $n$ -torke

$$A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

su **vrste** matrice.

Uređene  $m$ -torke

$$A^j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{mj} \end{pmatrix} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{su } \mathbf{kolone} \text{ matrice.}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

## MATRICE

Matrice su istog tipa ako imaju isti broj vrsta i isti broj kolona.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 4 & -5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & -8 & -10 \\ 1 & -2 & -5 \\ 9 & 22 & 15 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Matrice  $A$  tipa  $2 \times 3$

Matrice  $C$  tipa  $2 \times 3$

Matrica  $B$  tipa  $3 \times 3$

Matrice  $A$  i  $B$  nisu istog tipa.

Matrice  $A$  i  $C$  su istog tipa.

## MATRICE

Matrice su istog tipa ako imaju isti broj vrsta i isti broj kolona.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 4 & -5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Matrice  $A$  i  $B$  imaju isti broj vrsta i kolona i one su istog tipa  $2 \times 3$

Matrica  $C$  tipa  $3 \times 2$

i nije istog tipa ni sa jednom od datih matrica  $A$  i  $B$  koje su tipa  $2 \times 3$ .

# MATRICE

Matrica  $A$ , koja ima samo jednu vrstu

$$A = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n]$$

zove se **matrica - vrsta**.

# MATRICE

Matrica  $B$ , koja ima samo jednu kolonu

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix}$$

zove se **matrica - kolona**.

## MATRICE

Matrica, čiji su svi elementi nule

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

zove se **nula - matrica**, pri čemu je tip matrice proizvoljan. Nula matrica se često označava sa  $O$ , ukoliko je jasno da se radi o nula-matrici a ne o reanom broju  $0$ .

## MATRICE

Matrice  $A = [a_{ij}]_{m,n}$  i  $B = [b_{ij}]_{p,q}$

su **jednake** ako su istog tipa :  $m = p \wedge n = q$

i ako su im svi odgovarajući elementi jednaki, tj. ako je

$$a_{ij} = b_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$



## SABIRANJE MATRICA

Sabiranje matrica je definisano za matrice istog tipa.

$$A = [a_{ij}]_{m,n} \quad B = [b_{ij}]_{m,n}$$

$$A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m,n}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & \dots & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & \dots & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} + b_{m1} & \dots & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

## SABIRANJE MATRICA

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & \dots & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & \dots & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} + b_{m1} & \dots & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

## MNOŽENJE MATRICA SKALAROM

$$A = [a_{ij}]_{m,n}$$

$$kA = [k a_{ij}]_{m,n}$$

$$kA = \begin{bmatrix} k a_{11} & k a_{12} & \dots & k a_{1n} \\ k a_{21} & k a_{22} & \dots & k a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k a_{m1} & k a_{m2} & \dots & k a_{mn} \end{bmatrix}$$

## MATRICE

$$-A = (-I) \cdot A$$

suprotna matrica

$$A - B = A + (-B)$$

razlika dve matrice

## MATRICE - PRIMER

Date su matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{bmatrix} \quad \text{I} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+3 & -2+0 & 3+2 \\ 4-7 & 5+1 & -6+8 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 5 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$3 \cdot A = \begin{bmatrix} 3 \cdot 1 & 3 \cdot (-2) & 3 \cdot 3 \\ 3 \cdot 4 & 3 \cdot 5 & 3 \cdot (-6) \end{bmatrix}$$

$$3A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 12 & 15 & -18 \end{bmatrix}$$

## MATRICE - primer

Date su matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$2A - 3B = 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{bmatrix} - 3 \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$2A - 3B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 8 & 10 & -12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 0 & 6 \\ -21 & 3 & 24 \end{bmatrix}$$

$$2A - 3B = \begin{bmatrix} 2 - 9 & -4 - 0 & 6 - 6 \\ 8 - (-21) & 10 - 3 & -12 - 24 \end{bmatrix}$$

$$2A - 3B = \begin{bmatrix} -7 & -4 & 0 \\ 29 & 7 & -36 \end{bmatrix}$$

## MNOŽENJE MATRICA

Matrice  $A$  i  $B$  su **saglasne**, u tom poretku, ako je broj kolona prve matrice jednak broju vrsta druge matrice.

Množenje je definisano samo za saglasne matrice.

## MNOŽENJE MATRICA

$$A = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n] \qquad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \left[ \sum_{k=1}^n a_k b_k \right] \qquad \text{tipa} \quad 1 \times 1$$

koja se, po dogovoru, svodi na broj - skalar iz  $R$

pa se može pisati da je 
$$A \cdot B = \sum_{k=1}^n a_k b_k$$



## MNOŽENJE MATRICA - primer

$$A = [2 \quad -1 \quad 0] \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = 2 \cdot 4 + (-1) \cdot 3 + 0 \cdot (-5) = 5$$

## MNOŽENJE MATRICA

**Proizvod** dve proizvoljne **saglasne** matrice

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mp} \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{p1} & b_{p2} & \dots & b_{pn} \end{bmatrix}$$

tipa  $m \times p$  i  $p \times n$  je matrica tipa  $m \times n$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} A_1 \cdot B^1 & A_1 \cdot B^2 & \dots & A_1 \cdot B^n \\ A_2 \cdot B^1 & A_2 \cdot B^2 & \dots & A_2 \cdot B^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_m \cdot B^1 & A_m \cdot B^2 & \dots & A_m \cdot B^n \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{gde je } A_i \text{ } i\text{-ta vrsta matrice } A \\ i = 1, 2, \dots, m \\ B^j \text{ } j\text{-ta kolona matrice } B \\ j = 1, 2, \dots, n \end{array}$$

## MNOŽENJE MATRICA

$$A = [a_{ik}]_{m,p} \quad B = [b_{kj}]_{p,n}$$

$$C = A \cdot B = [c_{ij}]_{m,n}$$

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^p a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \dots + a_{ip} b_{pj}$$

## MNOŽENJE MATRICA - primer

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 & 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 5 & 2 \cdot 0 + 1 \cdot (-3) \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 6 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{tipa} \quad 1 \times 3$$

## MNOŽENJE MATRICA - primer

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-3 & -4-4 & -10-0 \\ 1+0 & -2+0 & -5+0 \\ -3+12 & 6+16 & 15+0 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & -8 & -10 \\ 1 & -2 & -5 \\ 9 & 22 & 15 \end{bmatrix} \quad \text{tipa } 3 \times 3$$

## MNOŽENJE MATRICA - primer

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-2+15 & -1+0-20 \\ 6+4-0 & -3+0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -21 \\ 10 & -3 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 15 & -21 \\ 10 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{tipa} \quad 2 \times 2$$

## MNOŽENJE MATRICA

Množenje matrica nije komutativno. U opštem slučaju

$$A \cdot B \neq B \cdot A$$

Ukoliko je

$$A \cdot B = B \cdot A$$

Za matrice  $A$  i  $B$  se kaže da su komutativne.

## MNOŽENJE MATRICA - primer

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & h \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos a & -\sin a & 0 \\ \sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos a & -\sin a & h \\ \sin a & \cos a & k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos a & -\sin a & 0 \\ \sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & h \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos a & -\sin a & h \cos a - k \sin a \\ \sin a & \cos a & h \sin a + k \cos a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



## MNOŽENJE MATRICA - osobine

$$(AB)C = A(BC) \quad \text{zakon asocijativnosti}$$

$$A(B + C) = AB + AC \quad \begin{array}{l} \text{množenje matrica sa leve strane} \\ \text{zakon distributivnosti u odnosu na} \\ \text{sabiranje matrica} \end{array}$$

$$(B + C)A = BA + CA \quad \begin{array}{l} \text{množenje matrica sa desne strane} \\ \text{zakon distributivnosti u odnosu na} \\ \text{sabiranje matrica} \end{array}$$

$$k(AB) = (kA)B = A(kB) \quad k \in R$$

$$0 \cdot A = 0 \quad B \cdot 0 = 0$$

## KVADRATNE MATRICE

Matrice koje imaju isti broj vrsta i kolona nazivaju se ***kvadratne matrice***.

Za kvadratnu matricu koja ima  $n$  vrsta i  $n$  kolona (tipa  $n \times n$ ) kaže se da je ***reda***  $n$  ili da je  $n$ -tog reda.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Glavna dijagonala

Elementi glavne dijagonale

$$a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$$

Sporedna dijagonala

# KVADRATNE MATRICE

Matrica

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

je kvadratna matrica trećeg reda.

Elementi glavne dijagonale su  $1$ ,  $5$  i  $9$ .

## KVADRATNE MATRICE

**Gornja trougaona matrica** je kvadratna matrica čiji su elementi ispod glavne dijagonale jednaki nuli:

$$a_{ij} = 0 \quad \text{za} \quad i > j$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \dots & \dots \\ & & & a_{nn} \end{bmatrix}$$

## KVADRATNE MATRICE

**Donja trougaona matrica** je kvadratna matrica čiji su elementi iznad glavne dijagonale jednaki nuli:

$$a_{ij} = 0 \quad \text{za} \quad i < j$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & & & \\ a_{21} & a_{22} & & \\ \dots & \dots & \dots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

## KVADRATNE MATRICE

**Dijagonalna** matrica je kvadratna matrica sa elementima jednakim nuli van glavne dijagonale:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_{11} & & & \\ & a_{22} & & \\ & & \dots & \\ & & & a_{nn} \end{bmatrix}$$

## KVADRATNE MATRICE

Dijagonalna kvadratna matrica reda  $n$  sa elementima jednakim jedinici na glavnoj dijagonali je **jedinična matrica** reda  $n$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \dots & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

Označava se sa  $I_n$  ili jednostavno sa  $I$ .

## KVADRATNE MATRICE

Jedinična matrica reda  $n$  je neutralni element za množenje matrica reda  $n$ :

$$AI = IA = A$$



## ALGEBRA KVADRATNIH MATRICA

Proizvoljna kvadratna matrica  $A$  reda  $n$  je saglasna sama sa sobom i proizvod

$$A \cdot A = A^2$$

je ***kvadrat*** matrice  $A$ .

## ALGEBRA KVADRATNIH MATRICA

Za svaku kvadratnu matricu  $A$  reda  $n$ , može se definisati proizvoljan **stepen** (matrice  $A$ ) pomoću rekurentnog niza :

$$A^0 = I \quad A^{n+1} = A^n A \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

---

$$A^0 = I, \quad A^1 = A, \quad A^2 = A \cdot A, \quad A^3 = A^2 A, \quad \dots$$

## ALGEBRA KVADRATNIH MATRICA

Za neki polinom

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

gde su  $a_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, n$  skalari,

definiše se polinom matrice kao matrica

$$P(A) = a_0I + a_1A + a_2A^2 + \dots + a_nA^n$$

U slučaju kada je  $P(A)$  nula-matrica, za matricu  $A$  se kaže da je **nula polinoma**  $P(x)$ .

## ALGEBRA KVADRATNIH MATRICA - primer

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \quad A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix}$$

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 5$$

$$P(A) = 2 \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P(A) = \begin{bmatrix} 16 & -18 \\ -27 & 61 \end{bmatrix}$$

## ALGEBRA KVADRATNIH MATRICA - primer

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \quad A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix}$$

$$Q(x) = x^2 + 3x - 10$$

$$Q(A) = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} - 10 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q(A) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matrica  $A$  nula polinoma  $Q(x)$ .