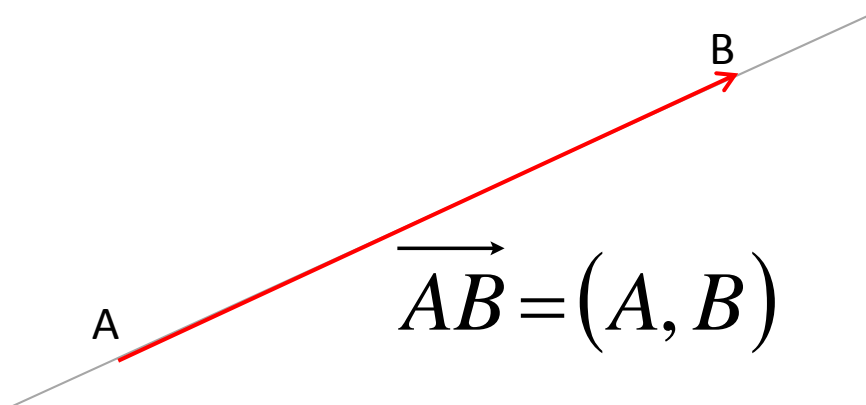


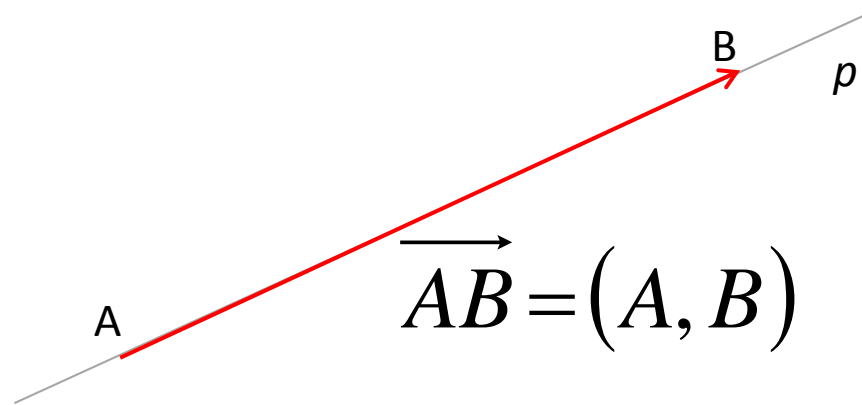
VEKTORI U PROSTORU

VEZANI VEKTORI



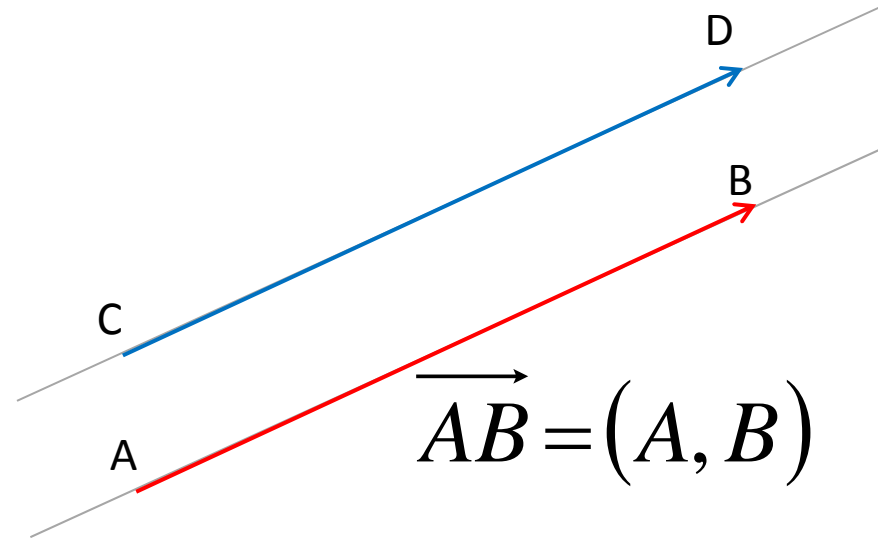
Uređeni par (A, B) tačkaka A i B je orijentisana duž ili vezani vektor $\overrightarrow{AB} = (A, B)$ čija je A početna tačka, a B završna tačka.

VEZANI VEKTORI



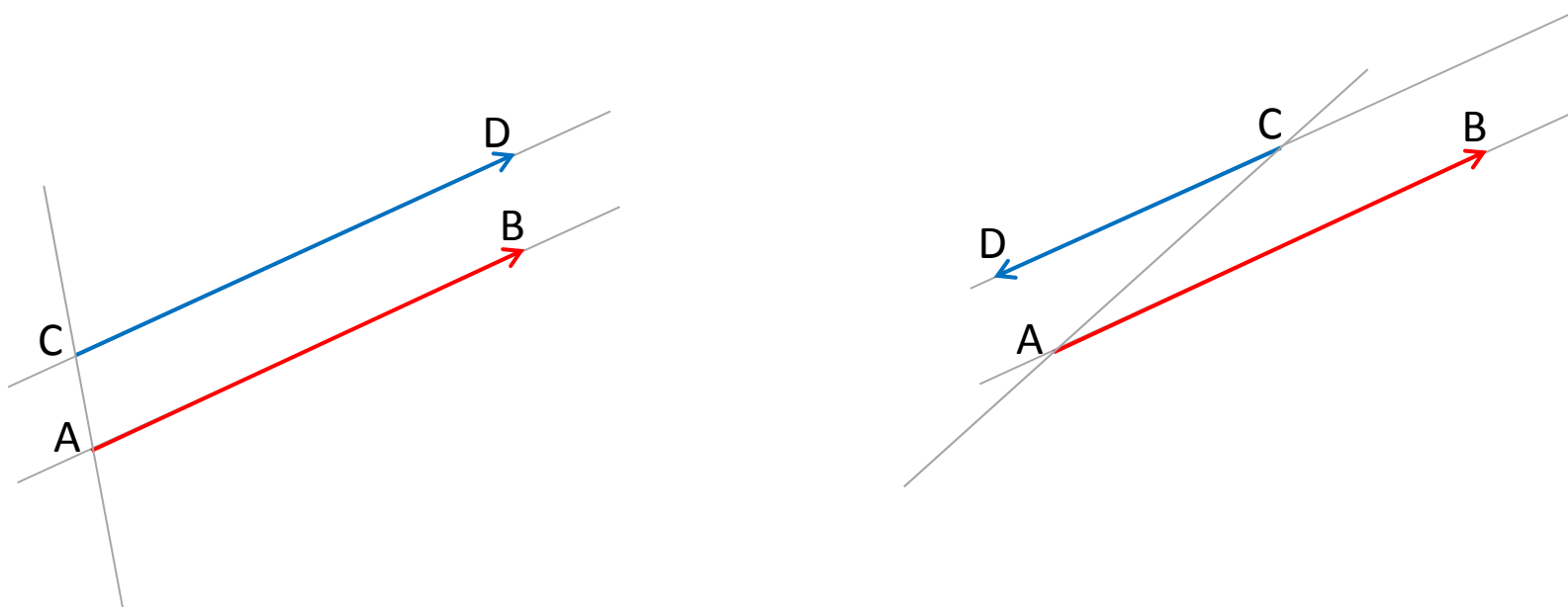
Prava p koja prolazi kroz tačke A i B je nosač vezanog vektora $\overrightarrow{AB} = (A, B)$.

VEZANI VEKTORI



Vezani vektori $\overrightarrow{AB} = (A, B)$ i $\overrightarrow{CD} = (C, D)$ su istog pravca ako imaju paralelne nosače.

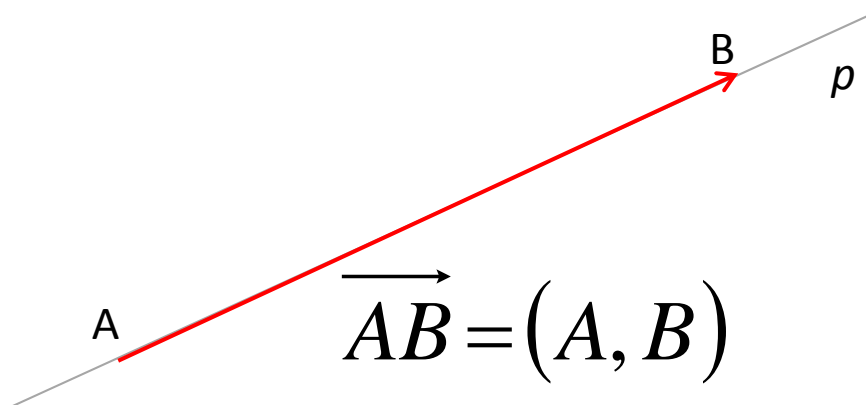
VEZANI VEKTORI



Vektori istog pravca mogu biti istog ili suprotnog smera.

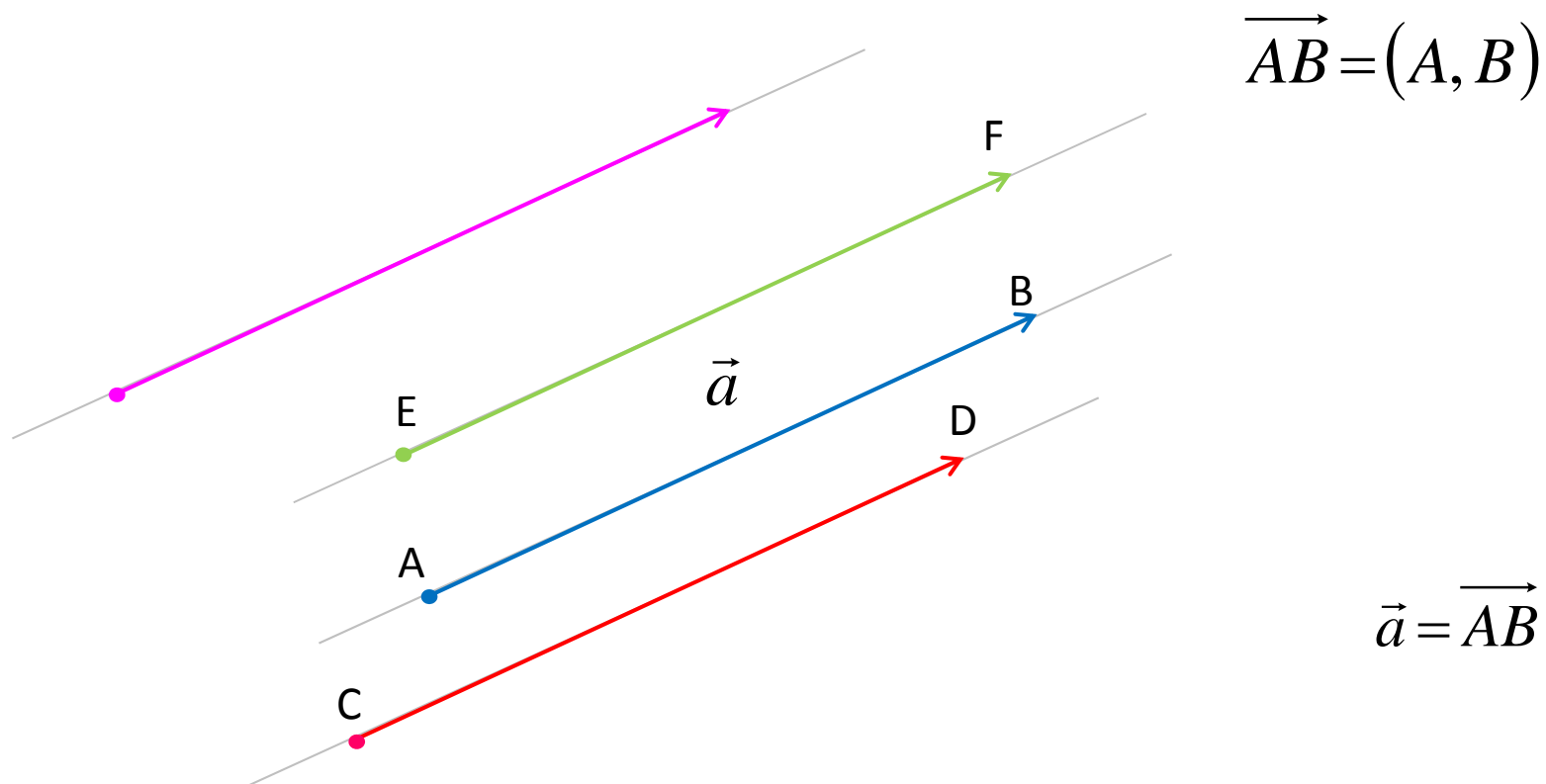
Vektori $\overrightarrow{AB} = (A, B)$ i $\overrightarrow{CD} = (C, D)$ su istog smera ako su tačke B i D sa iste strane prave AC , a suprotnog smera ako su tačke B i D sa raznih strana prave AC .

VEZANI VEKTORI



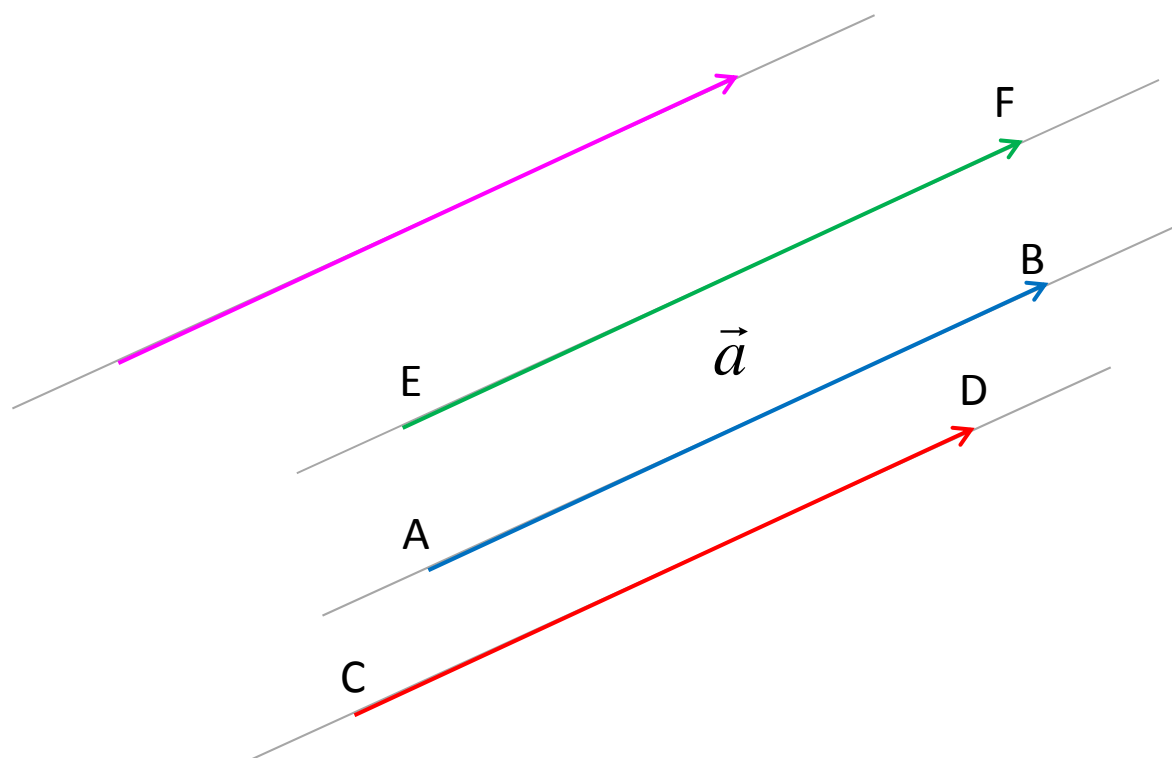
Intezitet $|\vec{AB}|$ vektora $\vec{AB} = (A, B)$ je rastojanje izmedju tačkaka A i B , odnosno dužina duži AB .

SLOBODNI VEKTORI



Skup svih vezanih vektora istog pravca, smeru i inteziteta je slobodni vektor \vec{a} . Slobodni vektor \vec{a} se zadaje jednim proizvoljnim predstavnikom $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$. Svaka dva predstavnika se translatorskim kretanjem mogu dovesti do poklapanja.

SLOBODNI VEKTORI



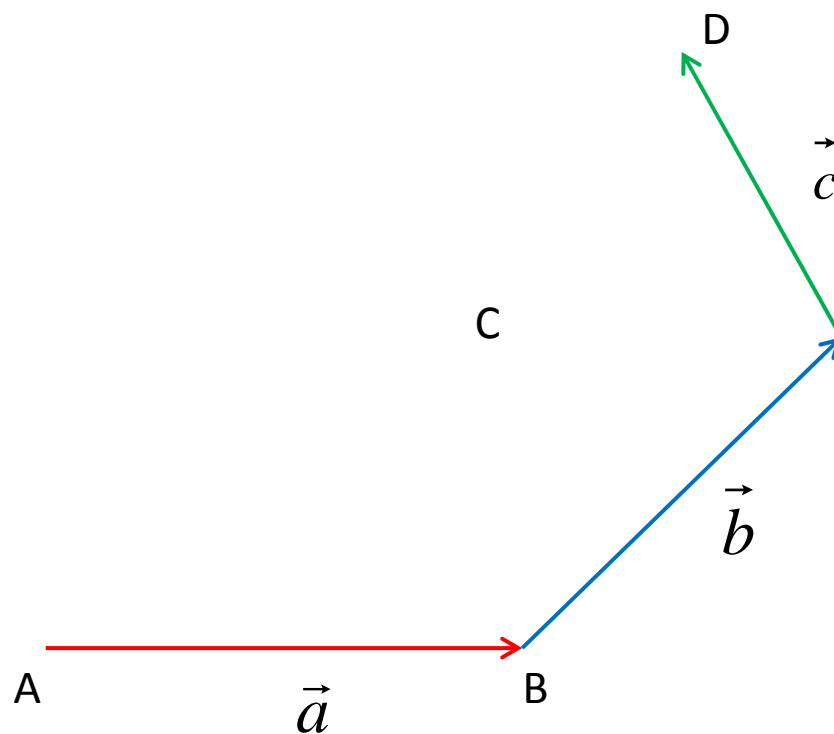
$$|\vec{a}| = |\overrightarrow{AB}|$$

Pravac, smer i intezitet slobodnog vektora je pravac, smer i intezitet bilo kog njegovog predstavnika.

Vektor inteziteta nula je nula vektor.

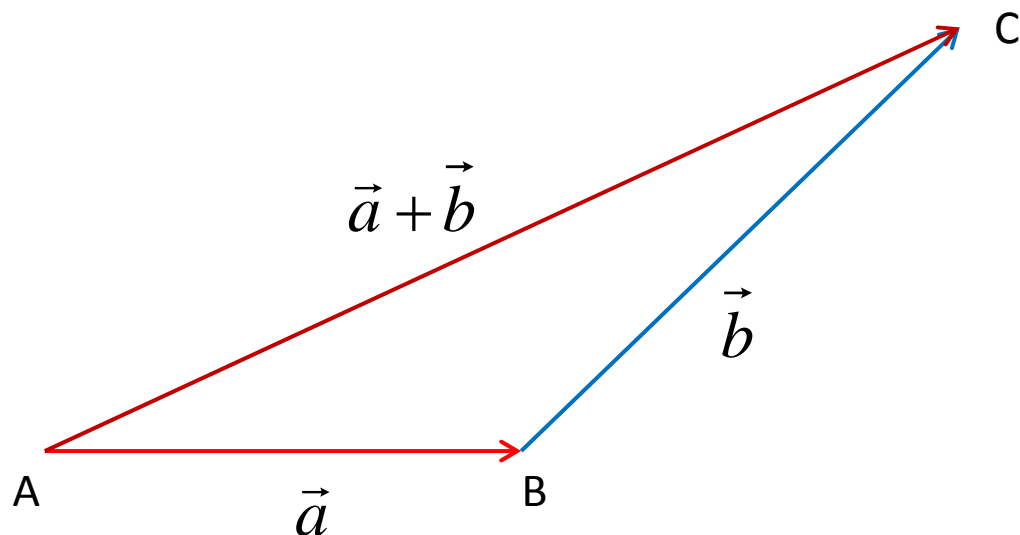
Vektor inteziteta jedan je jedinični vektor.

NADOVEZANI VEKTORI



Vektori takvi da se početna tačka narednog poklapa sa završnom tačkom prethodnog nazivaju se nadovezanim vektorima.

SABIRANJE VEKTORA – PRAVILO TROUGLA



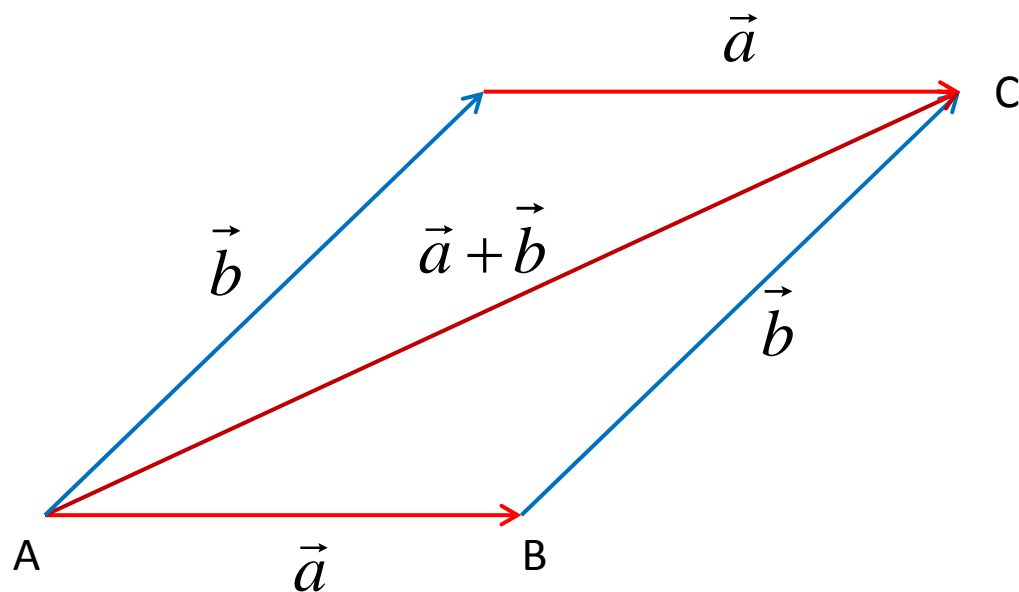
Zbir dva nadovezana vektora \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{BC} je vektor $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ čija je početna tačka, početna tačka prvog, a završna tačka je završna tačka drugog vektora.

Zbir dva slobodna vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ je slobodni vektor

$\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AC}$ čiji je predstavnik vektor $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ koji

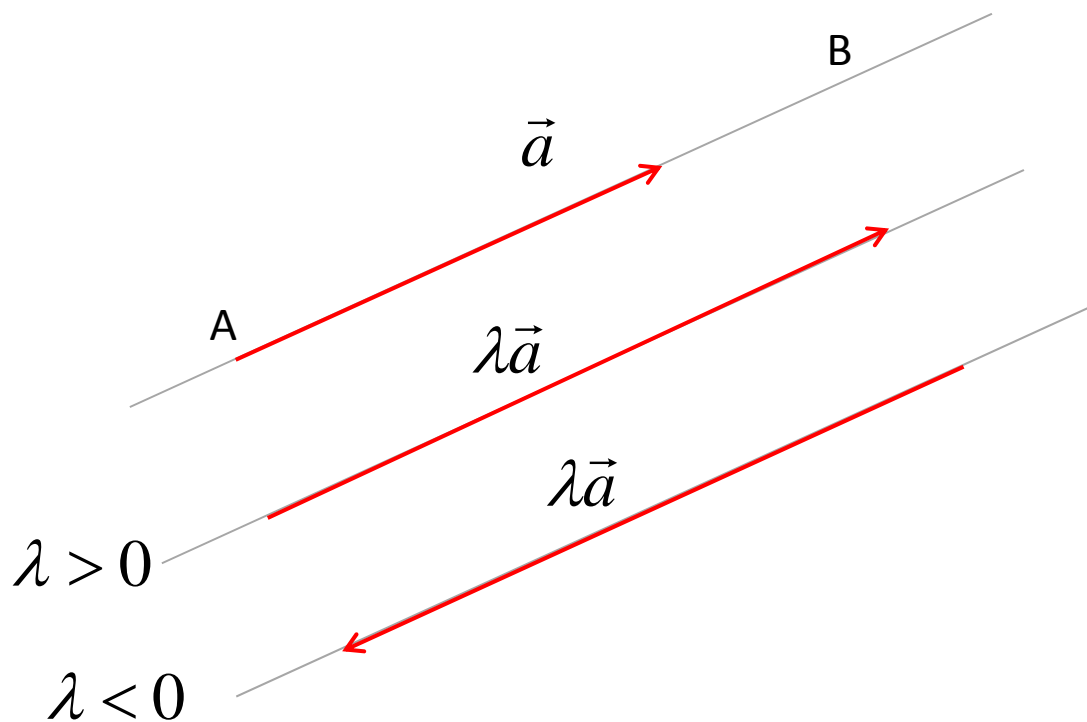
predstavlja zbir dva nadovezana predstavnika vektora \vec{a} i \vec{b} .

SABIRANJE VEKTORA – PRAVILO PARALELOGRAMA



Zbir dva vektora sa zajedničkom početnom tačkom je vektor koji predstavlja orjentisanu dijagonalu paralelograma konstruisanog nad tim vektorima, sa početnom tačkom koja se poklapa sa početnom tačkom tih vektora.

MNOŽENJE VEKTORA SKALAROM

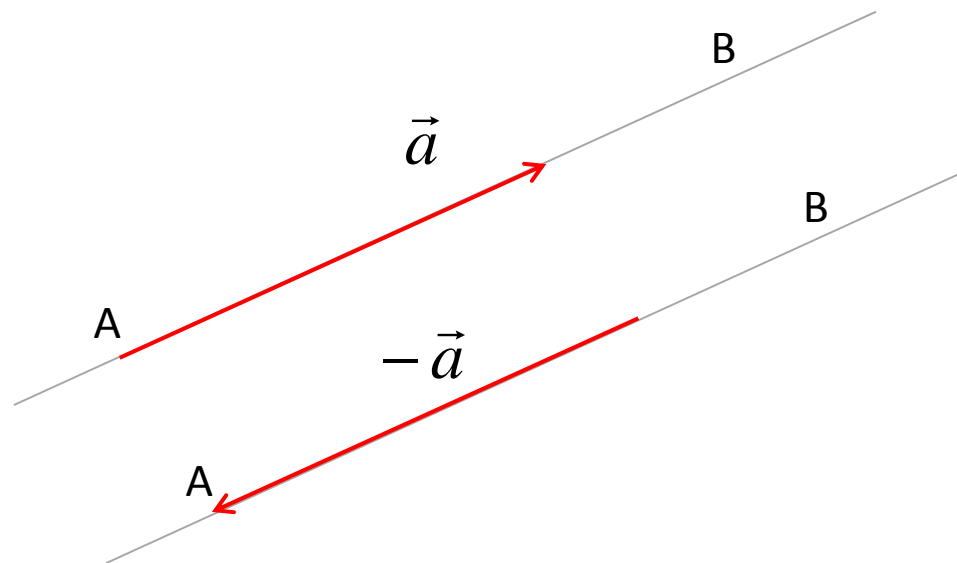


Vektor \vec{a} pomnožen skalarom λ je vektor $\lambda\vec{a}$

Istog pravca sa vektorom \vec{a} , inteziteta $|\lambda| \cdot |\vec{a}|$,

Istog smera sa vektorom \vec{a} za $\lambda > 0$ a
Suprotnog smera u odnosu na vektor \vec{a} za $\lambda < 0$.

MNOŽENJE VEKTORA SKALAROM



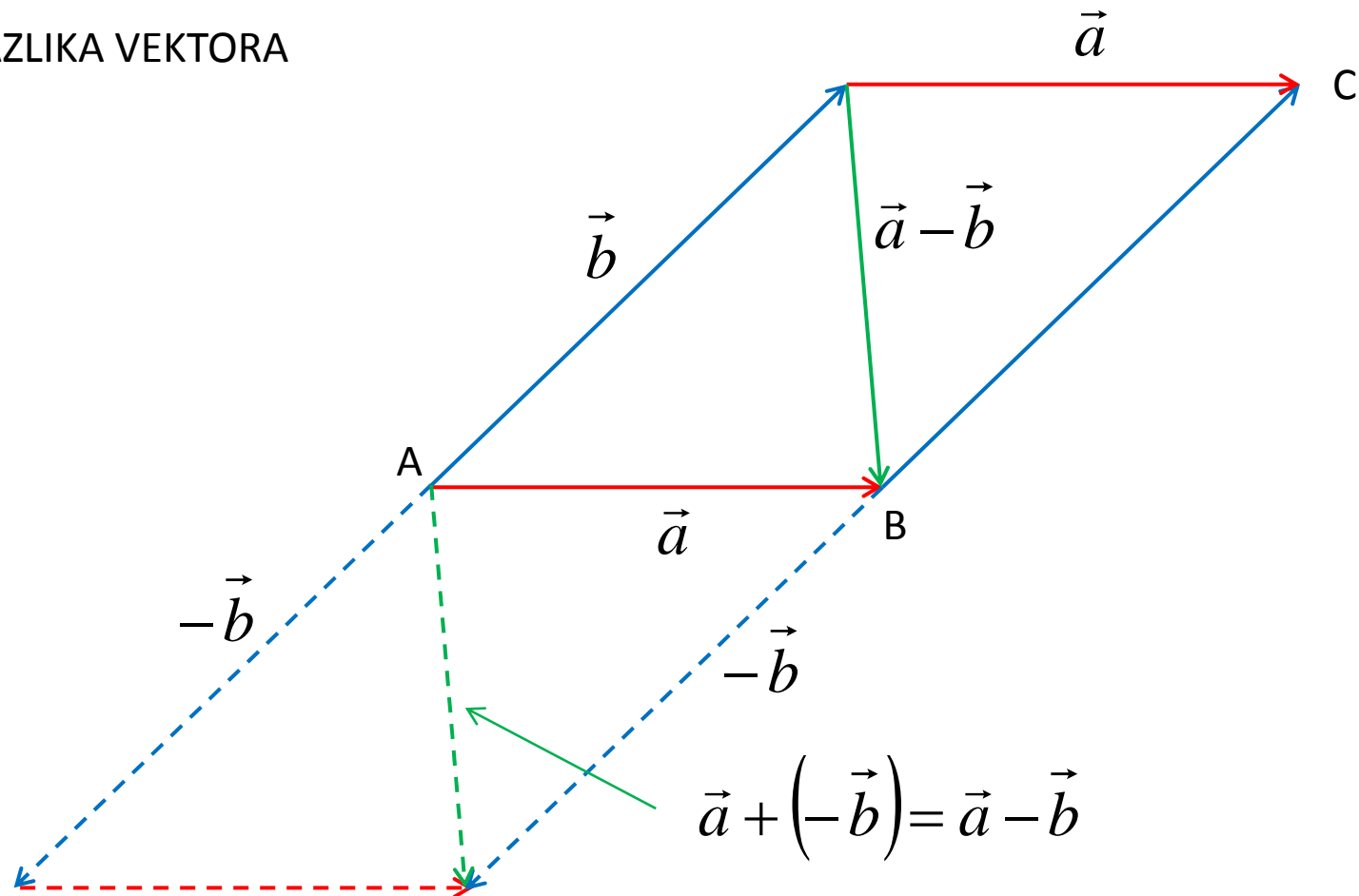
$\lambda \vec{a}$

Vektor inteziteta 0 je nula vektor $\vec{0} = 0$

Vektor \vec{a} pomnožen skalarom $\lambda = -1$ je suprotan vektor $-\vec{a}$.

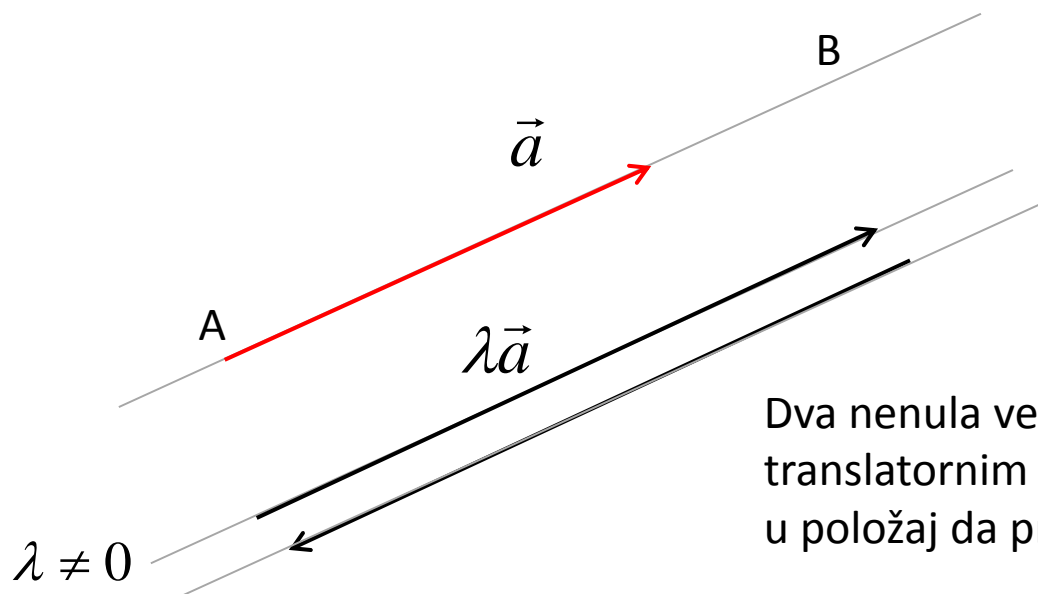
Zbir vektora i njemu suprotnog vektora je nula vektor: $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

RAZLIKA VEKTORA



Razlika $\vec{a} - \vec{b}$ dva vektora \vec{a} i \vec{b} je zbir prvog vektora i vektora suprotnog drugom vektoru: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

KOLINEARNOST VEKTORA



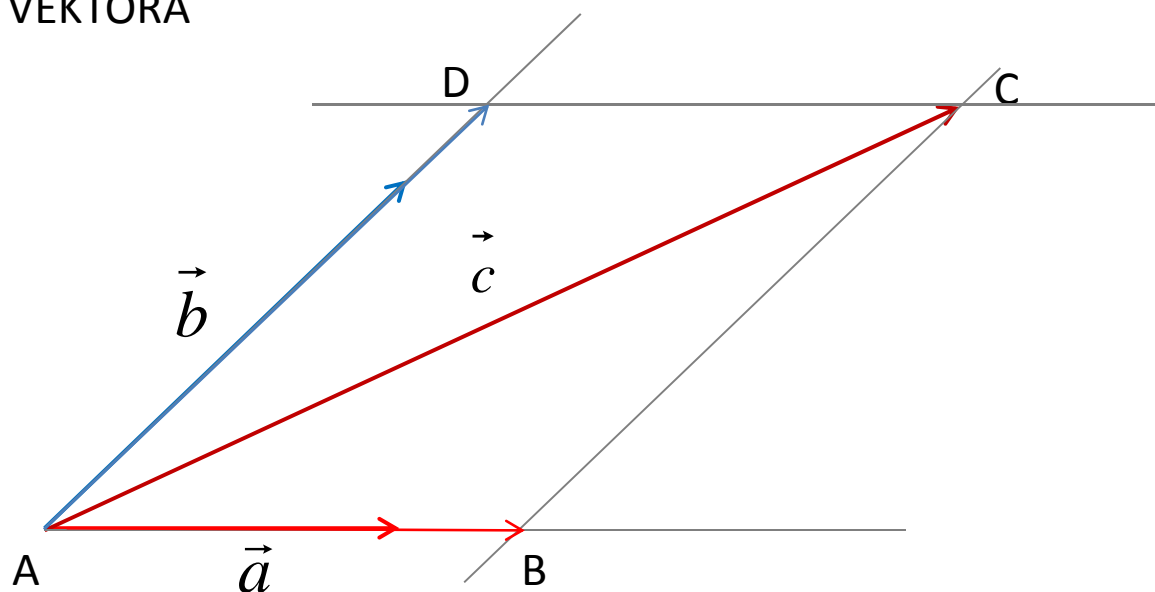
Dva nenula vektora su kolinarni ako se translatorsnim kretanjem mogu dovesti u položaj da pripadaju istoj pravnoj.

Dva ne nula vektora su kolinarni ako imaju isti pravac.

Dva vektora \vec{a} i \vec{b} su kolinarni ako i samo ako je za neko

$$\lambda \in \mathbb{R}, \quad \lambda \neq 0, \quad \vec{b} = \lambda\vec{a} .$$

KOMPLANARNOST VEKTORA



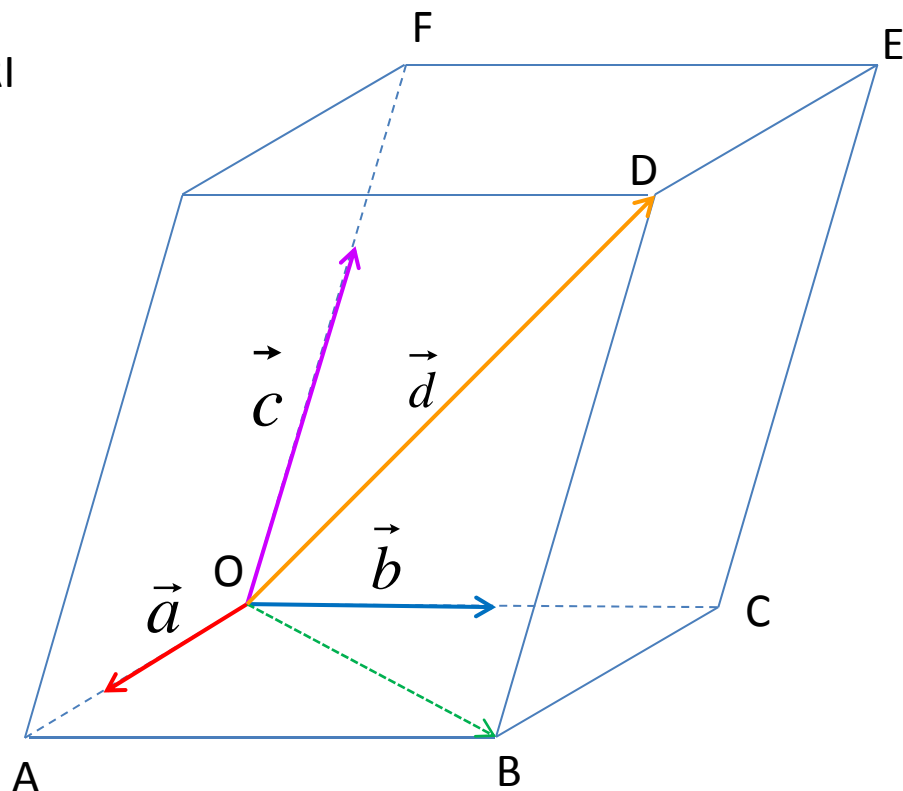
Tri ne nula vektora su komplanarni ako se translatornim kretanjem mogu dovesti u položaj da pripadaju istoj ravni.

Tri vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} su komplanarni ako i samo ako postoje

$\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, od kojih je bar jedan različit od nule, takvi da je $\vec{c} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$.

Kaže se da je vektor \vec{c} linearna kombinacija vektora \vec{a} i \vec{b} ili da je vektor \vec{c} razložen na komponente kolinearne sa \vec{a} i \vec{b} .

NEKOMPLANARNI VEKTORI



Vektori koji nisu komplanarni su nekomplanarni vektori. Nijedan od tri nekomplanarna vektora ne može se izraziti kao linearna kombinacija preostala dva vektora. Svaki četvrti vektor u prostoru je linearna kombinacija tri nekomplanarna vektora

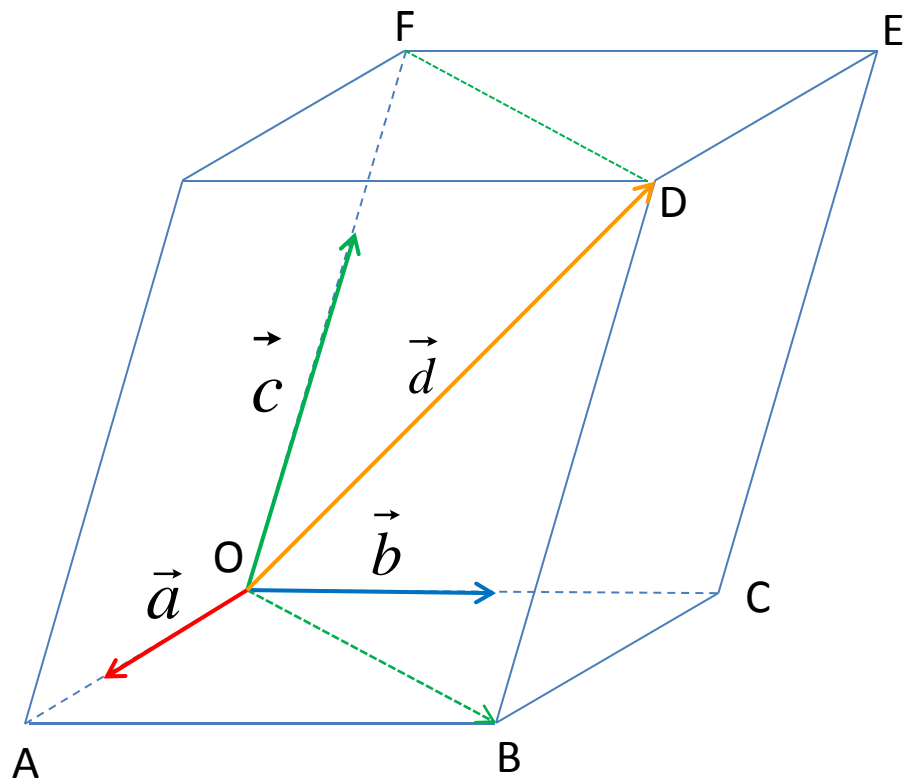
$$\vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} + \nu \vec{c}$$

Odnosno svaki četvrti vektor se može razložiti na komponente kolinearne sa tim vektorima. Ovo razlaganje je jedinstveno.

KOORDINATNI SISTEM

$$\vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} + \nu \vec{c}$$

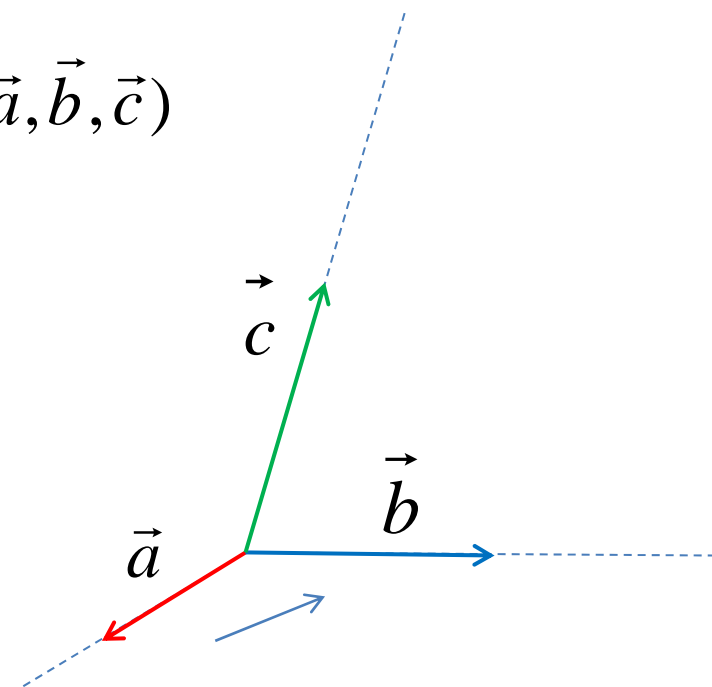
$$\vec{d} = (\lambda, \mu, \nu)$$



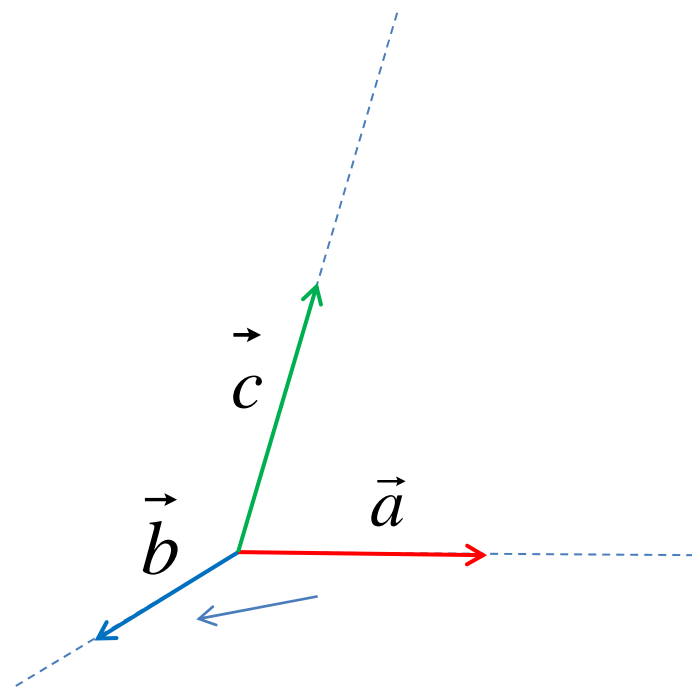
Nekoplanarni vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ čine bazu, a skalari λ, μ, ν su koordinate vektora \vec{d} u toj bazi. Uredjena trojka nekomplanarnih vektora sa zajedničkom početnom tačkom O čine trijedrar. Trijedrar određuje koordinatni sistem. Zajednička početna tačka je koordinatni početak, a koordinatne ose su određene pravcem i smerom vektora trijedra.

ORJENTACIJA KOORDINATNOG SISTEMA

$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$



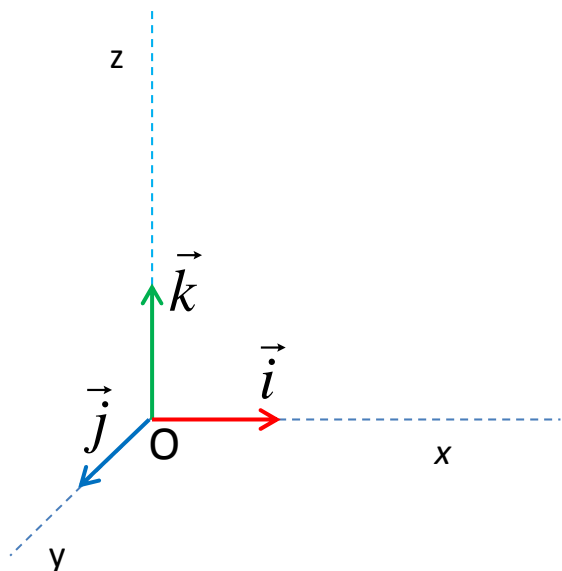
Desni trijedar
Desni koordinatni sistem



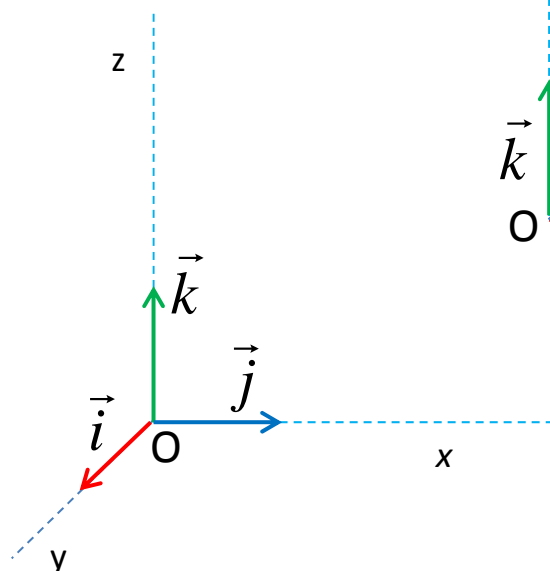
Levi trijedar
Levi koordinatni sistem

Orientacija zavisi od redosleda vektora. Ako dva vektora u svom redosledu zamene mesta, orientacija trijedra i koordinatnog sistema se menja.

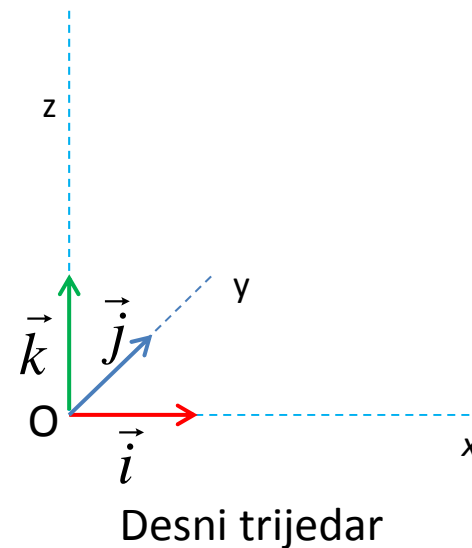
DEKARTOV PRAVOUGLI KOORDINATNI SISTEM



Levi trijedar
Levi koordinatni sistem



Desni trijedar
Desni koordinatni sistem

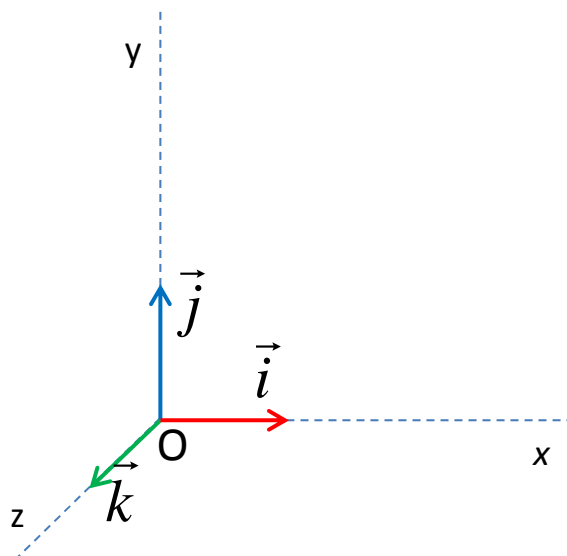


Tri uzajamno ortogonalna jedinična vektora su nekomplanarni i čine ortonormiranu bazu.

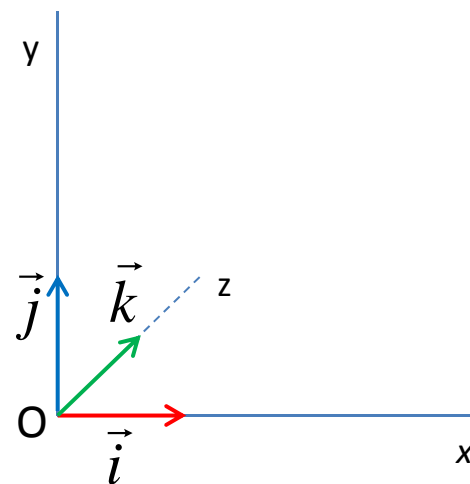
Trijedar koji čine tri uzajamno ortogonalna jedinična vektora određuju Dekartov pravougli koordinatni sistem.

Zavisno od orijentacije trijedra, koordinatni sistem je levi ili desni.

DEKARTOV PRAVOUGLI KOORDINATNI SISTEM

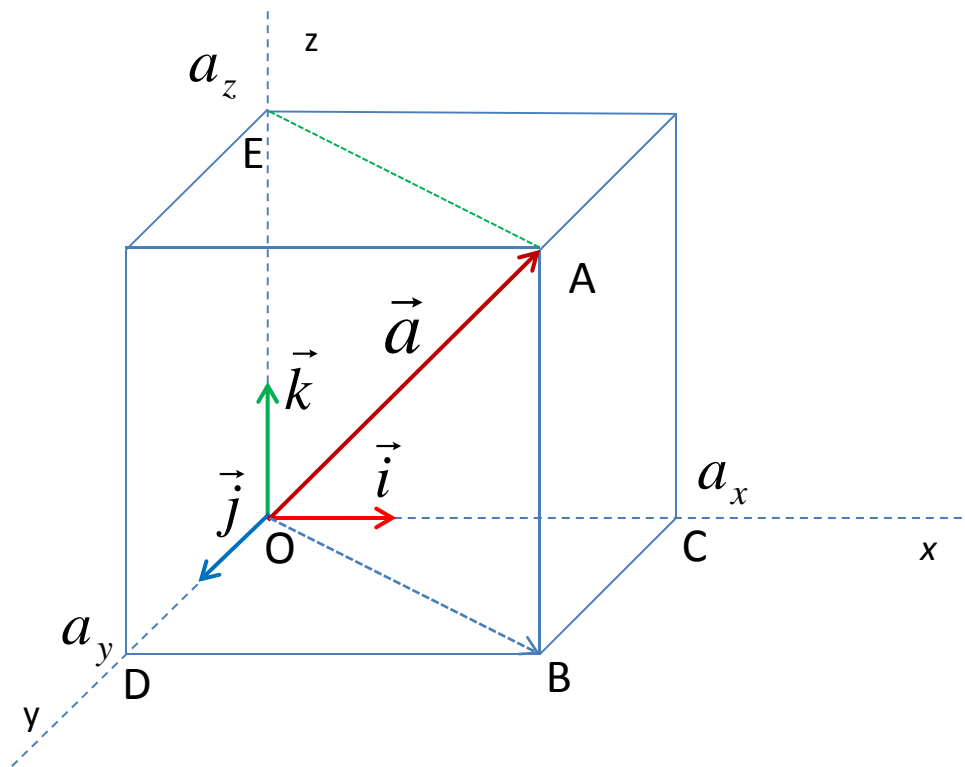


Desni trijedar
Desni koordinatni sistem



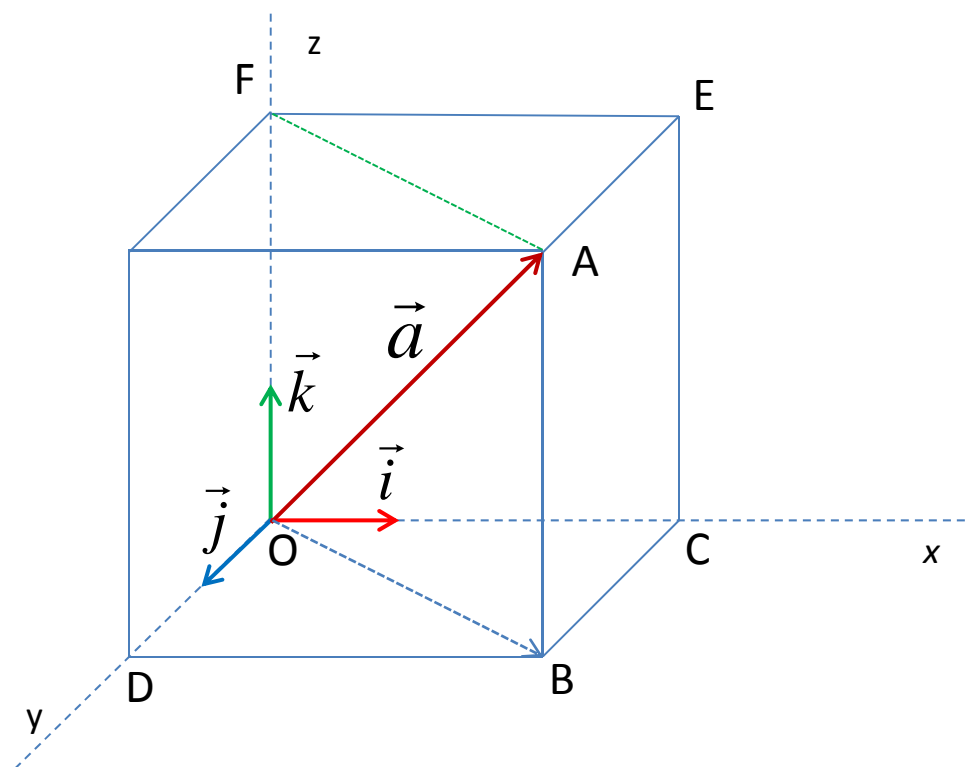
Levi trijedar
Levi koordinatni sistem

KOORDINATE VEKTORA



$$\vec{a} = \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

KOORDINATE VEKTORA

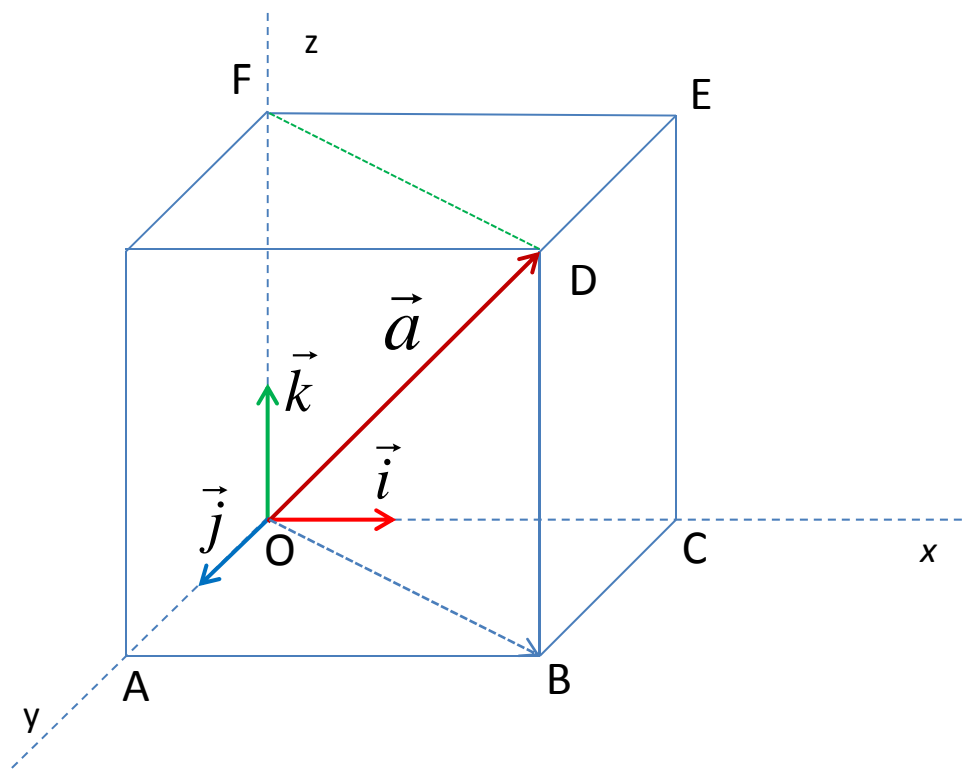


Svaki vektor u prostoru se može razložiti na komponente kolinearne sa vektorima \vec{i} \vec{j} \vec{k} t.j.

svaki vektor u prostoru se može predstaviti kao linearna kombinacija uzajamno

ortogonalnih jediničnih vektora baze $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$: $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$.

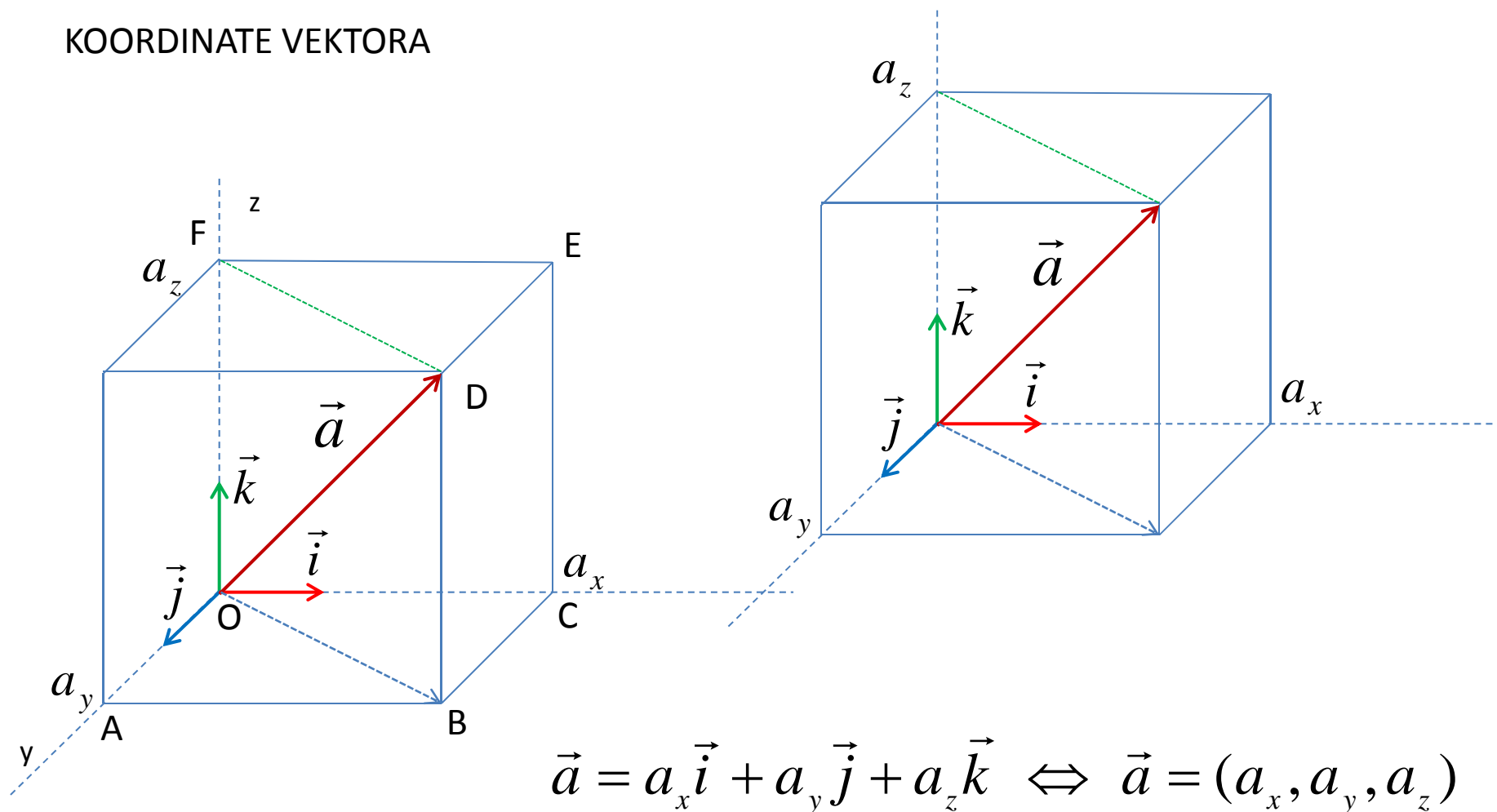
KOORDINATE VEKTORA



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$$

a_x, a_y, a_z su koordinate vektora \vec{a}

KOORDINATE VEKTORA



Koordinate vektora ne zavise od njegovog položaja u prostoru odnosno koordinate slobodnog vektora su koordinate proizvoljnog njegovog predstavnika.

KOORDINATE VEKTORA

Razlaganje vektora na komponente kolinearne sa vektorima baze

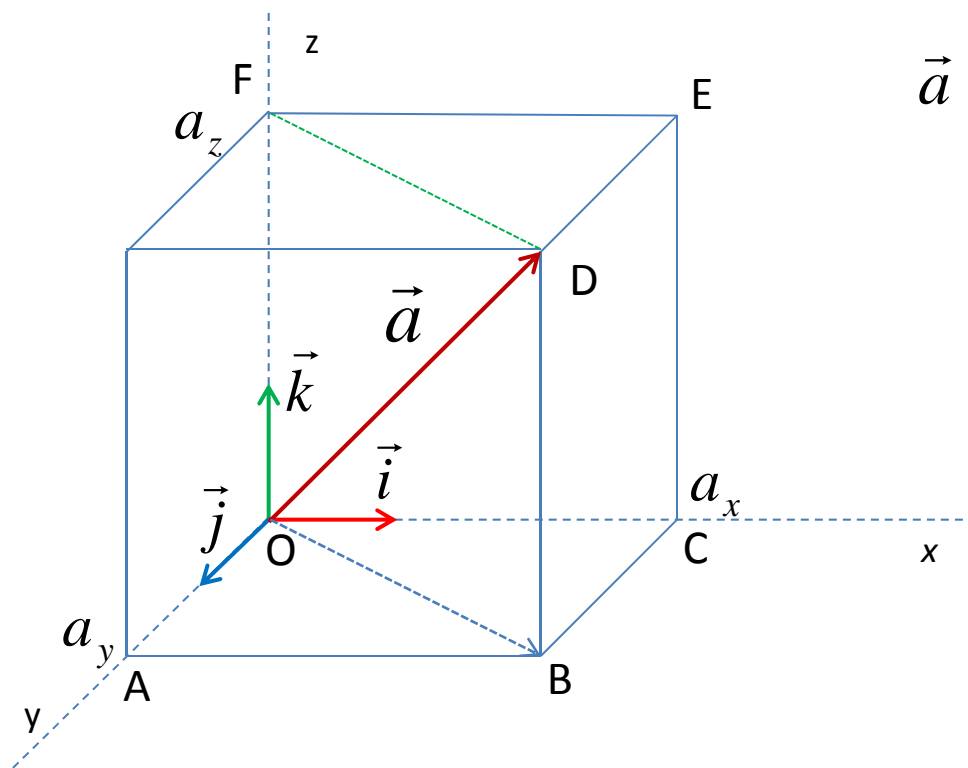
\vec{i} \vec{j} \vec{k} je jednoznačno.

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) \quad \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$$

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow a_x = b_x \wedge a_y = b_y \wedge a_z = b_z$$

Vektori su medjusobno jednaki ako i samo ako su im jednake koordinate.

INTEZITET VEKTORA



Intezitet vektora:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = (a_x, a_y, a_z)$$

$$|\vec{a}|^2 = |\overrightarrow{OA}|^2 = |\overrightarrow{OB}|^2 + |\overrightarrow{OE}|^2$$

$$|\vec{a}|^2 = |\overrightarrow{OC}|^2 + |\overrightarrow{OD}|^2 + |\overrightarrow{OE}|^2$$

$$|\vec{a}|^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

PRIMER

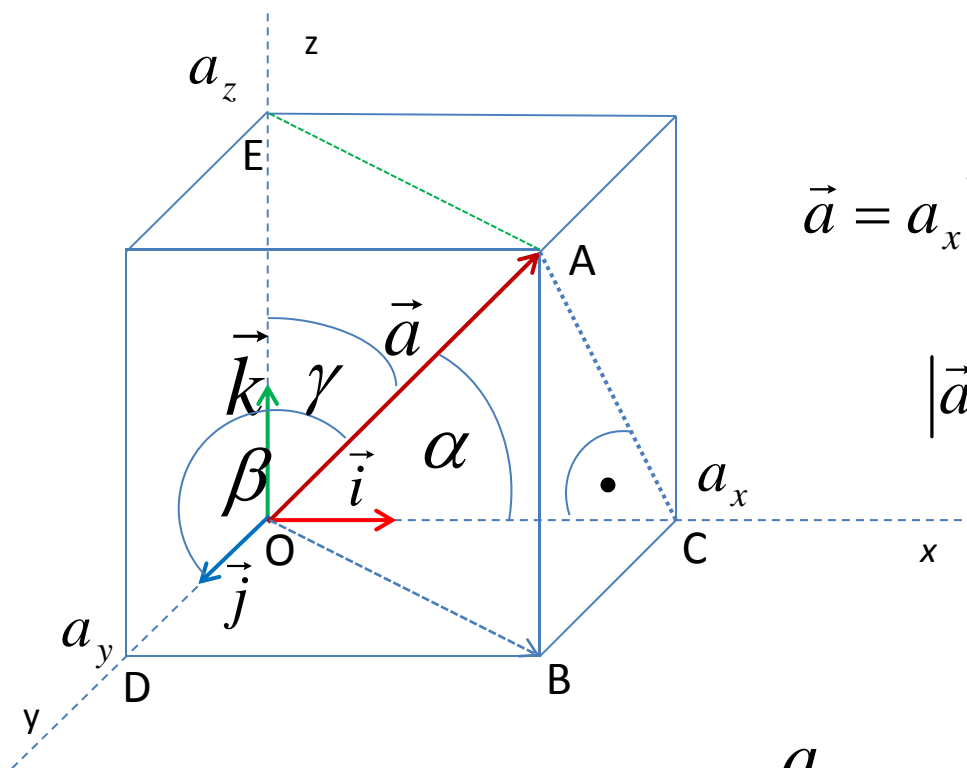
Intezitet vektora:

$$\vec{a} = (3, 0, -4) \quad \text{je} \quad |\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\vec{a} = (2, -2, 1) \quad \text{je} \quad |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\vec{a} = (4, -4, 4) \quad \text{je} \quad |\vec{a}| = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 4^2} = \sqrt{3 \cdot 4^2} = 4\sqrt{3}$$

KOSINUSI UGLOVA KOJE VEKTOR GRADI SA KOORDINATNIM OSAMA



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = (a_x, a_y, a_z)$$

$$|\vec{a}|^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|}$$

$$\cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|}$$

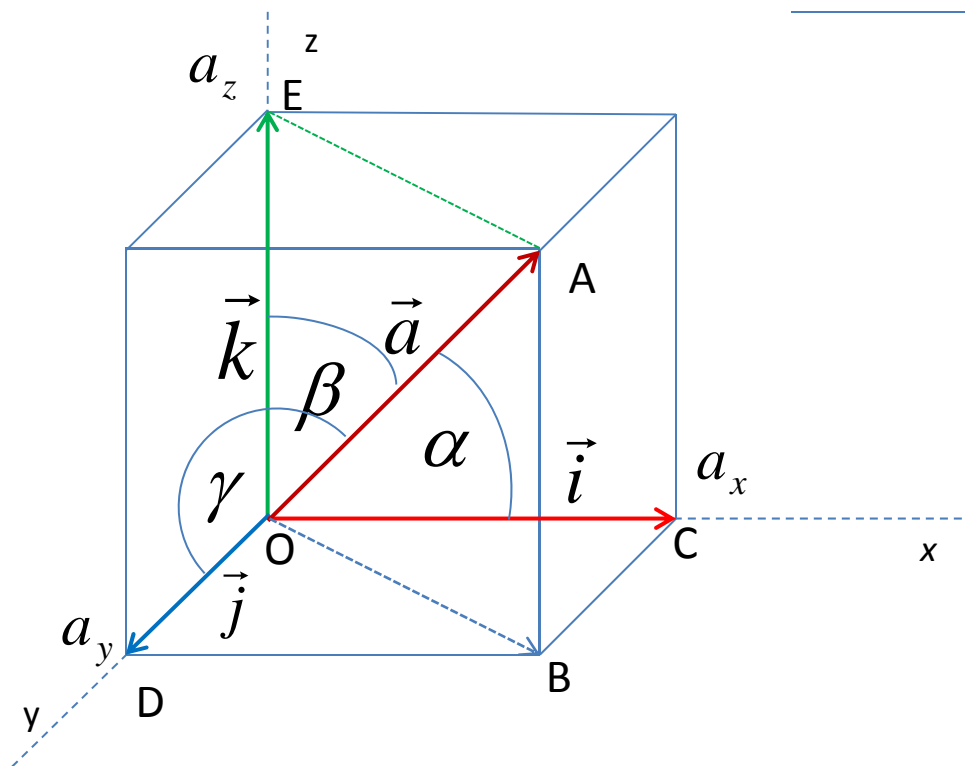
$$\cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

gde su α, β, γ
redom uglovi sa koordinatnim
osama x, y, z

PRIMER

Data je kocka osnovne ivice $a = 1$ sa jednim temenom u koordinatnom početku O i sa ivicama koje polaze iz tog temena i leze na pozitivnim delovima koordinatnih osa. OA je dijagonala te kocke. Odrediti uglove koje vektor \overrightarrow{OA} gradi sa koordinatnim osama.



$$\vec{a} = \overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{a} = \overrightarrow{OA} = (1, 1, 1)$$

$$|\vec{a}|^2 = 1^2 + 1^2 + 1^2 = 3 \quad |\vec{a}| = \sqrt{3}$$

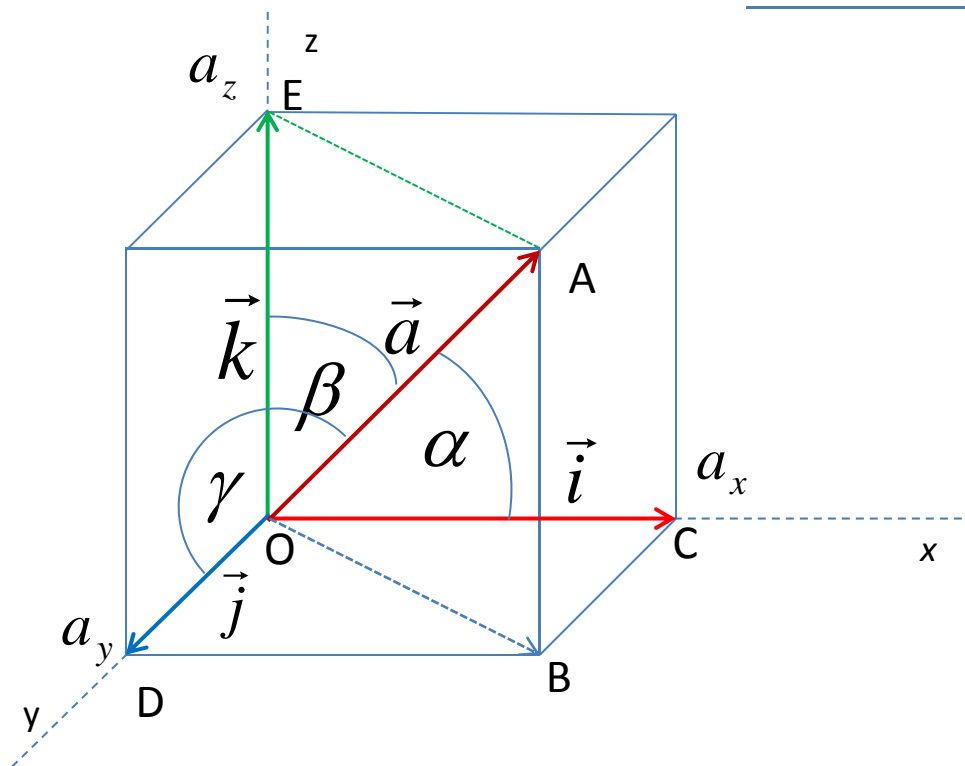
$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

PRIMER

Data je kocka osnovne ivice $a = 1$ sa jednim temenom u koordinatnom početku O i sa ivicama koje polaze iz tog temena koje leze na pozitivnim delovima koordinatnih osa. OB je dijagonala donje osnove te kocke. Odrediti uglove koje vektor \overrightarrow{OB} gradi sa koordinatnim osama.



$$\vec{b} = \overrightarrow{OB} = \vec{i} + \vec{j}$$

$$\vec{b} = \overrightarrow{OB} = (1, 1, 0)$$

$$|\vec{b}|^2 = 1^2 + 1^2 + 0^2 = 2 \quad |\vec{b}| = \sqrt{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{b_x}{|\vec{b}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{b_y}{|\vec{b}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \beta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$\cos \gamma = \frac{b_z}{|\vec{b}|} = \frac{0}{\sqrt{2}} = 0 \quad \gamma = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

PRIMER

Odrediti kosinuse uglove koje vektor $\vec{a} = (2, -2, 1)$ gradi sa koordinatnim osama.

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|} = \frac{2}{3} \quad \cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|} = -\frac{2}{3} \quad \cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|} = \frac{1}{3}$$

PRIMER

Odrediti uglove koje vektor $\vec{a} = (2, 0, 2)$ gradi sa koordinatnim osama.

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 0^2 + 2^2} = \sqrt{2 \cdot 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|} = \frac{0}{2\sqrt{2}} = 0$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

$$\cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

ALGEBARSKIE OPERACIJE NAD VEKTORIMA ZADATIM POMOĆU KOORDINATA

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) \quad \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} + b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x) \vec{i} + (a_y + b_y) \vec{j} + (a_z + b_z) \vec{k}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x, a_y, a_z) + (b_x, b_y, b_z) = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$$

PRIMER

Zbir $\vec{a} + \vec{b}$ dva vektora

$\vec{a} = (-1, 2, 0)$ i $\vec{b} = (1, -3, -1)$ je vektor

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (-1 + 1, 2 - 3, 0 - 1) = (0, -1, -1)$$

Zbir $\vec{a} + \vec{b}$ dva vektora

$\vec{a} = (3, -2, 4)$ i $\vec{b} = (-1, 3, 1)$ je vektor

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (3 - 1, -2 + 3, 4 + 1) = (2, 1, 5)$$

ALGEBARSKIE OPERACIJE NAD VEKTORIMA ZADATIM POMOĆU KOORDINATA

$$\lambda \cdot \vec{a} = (\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z)$$

$$\frac{\vec{a}}{\mu} = \frac{1}{\mu} \vec{a} = \left(\frac{1}{\mu} a_x, \frac{1}{\mu} a_y, \frac{1}{\mu} a_z \right)$$

$$\lambda \vec{a} + \mu \vec{b} = \lambda(a_x, a_y, a_z) + \mu(b_x, b_y, b_z) = (\lambda a_x + \mu b_x, \lambda a_y + \mu b_y, \lambda a_z + \mu b_z)$$

$$-\vec{a} = (-1) \cdot \vec{a} = (-a_x, -a_y, -a_z)$$

$$\vec{b} - \vec{a} = (b_x, b_y, b_z) - (a_x, a_y, a_z) = (b_x - a_x, b_y - a_y, b_z - a_z)$$

PRIMER

Za dati vektor $\vec{a} = (-1, 2, 5)$ vektor

$$2 \cdot \vec{a} = (2 \cdot (-1), 2 \cdot 2, 2 \cdot 5) = (-2, 4, 10)$$

$$-3 \cdot \vec{a} = ((-3) \cdot (-1), (-3) \cdot 2, (-3) \cdot 5) = (3, -6, -15)$$

Suprotan vektor

$$-\vec{a} = (-(-1), -2, -5) = (1, -2, -5)$$

PRIMER

Razilka $\vec{a} - \vec{b}$ dva vektora

$\vec{a} = (-1, 2, 0)$ i $\vec{b} = (1, -3, -1)$ je vektor

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (-1 - 1, 2 - (-3), 0 - (-1)) = (-2, 5, 1)$$

Razilka $\vec{b} - \vec{a}$ dva vektora

$\vec{a} = (-1, 2, 0)$ i $\vec{b} = (1, -3, -1)$ je vektor

$$\vec{c} = \vec{b} - \vec{a} = (1 - (-1), -3 - 2, -1 - 0) = (2, -5, -1)$$

PRIMER

Za dati vektor $\vec{a} = (-4, 8, 12)$ vektor

$$\frac{\vec{a}}{4} = \left(\frac{-4}{4}, \frac{8}{4}, \frac{12}{4} \right) = (-1, 2, 3)$$

PRIMER

Za date vektore

$$\vec{a} = (-1, 3, 2) \quad \vec{b} = (2, -3, -1) \quad \vec{c} = (1, -3, 3) \quad \text{izračunati}$$

$$2\vec{a} + \vec{b} \quad \text{i} \quad 3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$$

$$2\vec{a} + \vec{b} = 2 \cdot (-1, 3, 2) + (2, -3, -1) = (-2, 6, 4) + (2, -3, -1) = (0, 3, 3)$$

$$3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = 3 \cdot (-1, 3, 2) + 2 \cdot (2, -3, -1) - (1, -3, 3)$$

$$3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = (-3, 9, 6) + (4, -6, -2) - (1, -3, 3) = (0, 6, 1)$$

PRIMER

Za date vektore $\vec{a} = (-1, 3, 2)$ i $\vec{b} = (2, -3, -1)$

odrediti uglove koje vektor $2\vec{a} + \vec{b}$ gradi sa koordinatnim osama .

$$2\vec{a} + \vec{b} = 2 \cdot (-1, 3, 2) + (2, -3, -1) = (-2, 6, 4) + (2, -3, -1) = (0, 3, 3)$$

$$|2\vec{a} + \vec{b}|^2 = 0^2 + 3^2 + 3^2 = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$|2\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{0}{3\sqrt{2}} = 0$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$\cos \gamma = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

ORT VEKTORA

Za dati vektor \vec{a} , $ort \vec{a}$ je jedinični vektor istog pravca i smera.

Za dati vektor $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$

$$ort \vec{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \left(\frac{a_x}{|\vec{a}|}, \frac{a_y}{|\vec{a}|}, \frac{a_z}{|\vec{a}|} \right)$$

ORT VEKTORA

Za dati vektor $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$

$$\text{ort } \vec{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \left(\frac{a_x}{|\vec{a}|}, \frac{a_y}{|\vec{a}|}, \frac{a_z}{|\vec{a}|} \right) = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$$

gde su α, β, γ uglovi koje vektor \vec{a} gradi sa koordinatnim osama.

PRIMER

Za date vektore $\vec{a} = (-1, 3, 2)$ i $\vec{b} = (2, -3, -1)$

Odrediti $ort(2\vec{a} + \vec{b})$.

$$2\vec{a} + \vec{b} = 2 \cdot (-1, 3, 2) + (2, -3, -1) = (-2, 6, 4) + (2, -3, -1) = (0, 3, 3)$$

$$|2\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{0^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{2 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$ort(2\vec{a} + \vec{b}) = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{|2\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{(0, 3, 3)}{3\sqrt{2}} = \left(\frac{0}{3\sqrt{2}}, \frac{3}{3\sqrt{2}}, \frac{3}{3\sqrt{2}} \right) = \left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\cos \alpha = 0 \quad \cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ZADATAK

Za dati vektor $\vec{a} = (-3, 4, 0)$

odrediti

vektor \vec{b} inteziteta 10 istog pravca i smera sa datim vektorom \vec{a}

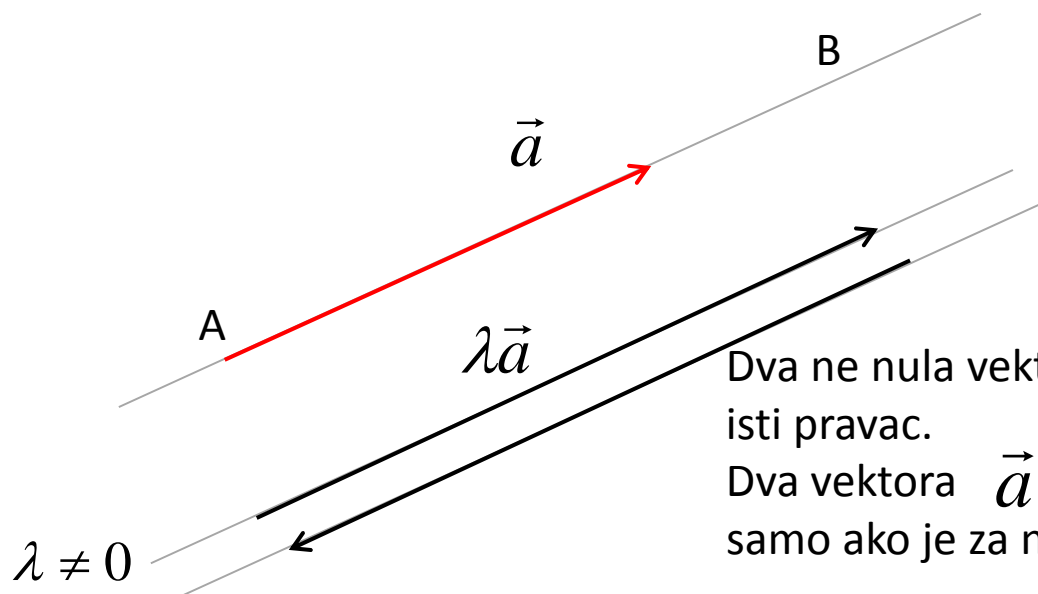
vektor \vec{c} inteziteta 15 istog pravca i suprotnog smera u odnosu na dati vektor \vec{a}

$$\vec{b} = 10 \cdot \text{ort}(\vec{a}) \quad \vec{c} = -15 \cdot \text{ort}(\vec{a})$$

$$\text{ort } \vec{a} = \frac{(-3, 4, 0)}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2}} = \frac{(-3, 4, 0)}{5} = \left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0 \right)$$

$$\vec{b} = 10 \cdot \text{ort}(\vec{a}) = (-6, 8, 0) \quad \vec{c} = -15 \cdot \text{ort}(\vec{a}) = (9, -12, 0)$$

KOLINEARNOST VEKTORA ZADATIH POMOĆU KOORDINATA



Dva ne nula vektora su kolinearni ako imaju isti pravac.

Dva vektora \vec{a} i \vec{b} su kolinearni ako i samo ako je za neko

$$\lambda \in \mathbb{R}, \quad \lambda \neq 0, \quad \vec{b} = \lambda \vec{a}$$

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$$

$$\vec{b} = (b_x, b_y, b_z) \quad \vec{b} = \lambda \vec{a} \quad (b_x, b_y, b_z) = (\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z)$$

$$\frac{b_x}{a_x} = \frac{b_y}{a_y} = \frac{b_z}{a_z}$$

Uslov kolinearnosti dva vektora

PRIMER

Vektori

$$\vec{a} = (-1, 2, -3) \quad \vec{b} = (2, -4, 6)$$

Su kolinearni zato što je

$$\frac{2}{-1} = \frac{-4}{2} = \frac{6}{-3} = -2$$

Vektori

$$\vec{a} = (-1, 2, -3) \quad \vec{b} = (2, -4, 3)$$

nisu kolinearni zato što je

$$\frac{2}{-1} = \frac{-4}{2} \neq \frac{3}{-3}$$

PRIMER

Odrediti vrednosti parametre λ i μ tako da su vektori

$$\vec{a} = (\lambda, 3, 2) \quad \text{i} \quad \vec{b} = (4, 6, \mu)$$

kolinearni.

$$\frac{4}{\lambda} = \frac{6}{3} = \frac{\mu}{2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 2, \mu = 4$$

ZADATAK

Dati su vektori

$$\vec{a} = (1, 1, 1) \quad \vec{b} = (0, 2, 0)$$

Odrediti vrednost parametra λ tako da su vektori

$$\vec{p} = \lambda\vec{a} + 5\vec{b} \quad \text{i} \quad \vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b} \quad \text{kolinearni.}$$

$$\vec{p} = (\lambda, \lambda + 10, \lambda) \quad \vec{q} = (3, 1, 3)$$

$$\frac{\lambda}{3} = \frac{\lambda + 10}{1} = \frac{\lambda}{3} \Rightarrow \frac{\lambda}{3} = \frac{\lambda + 10}{1} \Rightarrow \lambda = 3(\lambda + 10) \Rightarrow \lambda = 3(\lambda + 10) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2\lambda = 30 \quad \Rightarrow \lambda = -15$$